

降伏点強度の偏心による建物のねじれ振動に関する研究 その1：振動モデルと弾性応答解析について

A Study on the Torsional Vibration of the Building by the Eccentricity of the Yield Strength

Part 1 : On the Vibration Model and the Analysis of the Elastic Response

中村満喜男

Makio NAKAMURA

Abstract: The torsional vibration is excited by the eccentricity of the mass, the stiffness and the yield strength of the earthquake resistant elements. In this paper, the dynamic eccentricity ratio is used to explain the torsional vibration. The dynamic eccentricity ratio is the amount of the maximum torsional moment divided by the maximum shear force of the response system having same T_0 . In the torsional vibration models which are controlled by several parameters, the relation between the dynamic eccentricity ratio and the static eccentricity ratio is studied in detail. The point to which special attention should be paid, is that the dynamic eccentricity ratio is quite larger than the static eccentricity ratio within the range which the value of the static eccentricity ratio is smaller than 0.18, when the ratio of the both side earthquake resistant elements in the direction at right angles is small.

1. 序

建物は重量・剛性・強度の偏在によってねじれ振動を生ずる。阪神大震災で層崩壊した建物をよく観察すると、一方向へ倒れて崩壊している被害よりはむしろ、ねじれ回転を生じて崩壊している被害が多くみられた。建物はその使い勝手によって、道路に面した部分に耐震要素を設けることができず、この部分が大きく振られて、ねじれ振動によって崩壊したと思われる、いわゆる剛性偏心に起因する被害が多い。このような被害を受けた建物は、最終的には弾塑性状態となって崩壊するため、剛性と同じぐらい強度の偏心にも注目する必要がある。重量と剛性の偏心による設計荷重の割り増しは、必要保有水平耐力を計算する際の係数 F_e の内の偏心率寄与分 F_{e1} によって決定され、1.0~1.5の値が用いられている。1.0~1.5のどの値が採用されるかは、静的な偏心距離を弾力半径で割って得られる偏心率 R_e によ

って決められる¹⁾。このようにねじれ振動における我が国の基準は、偏心率によっておおまかに規定されている。実際の地震動によって生ずるねじれ振動の動的な偏心距離の変動に対しては、標準剪断力係数 C_e とか構造特性係数 D_e を厳格に適用して、建物全体が安全となるように考えられている。これに対してアメリカ等の外国の基準は、ねじれ振動における偏心距離の動的な変動を考慮すると共に避けられない偶発的偏心を考慮して詳細に規定されている²⁾。そこで、検討されるべき偏心距離を表す式は柔な構面に適用する式と剛な構面に適用する式の2つに分けて規定されている。

本論文は、剛性及び強度の偏心が、ねじれ振動に及ぼす影響を簡潔に表すための動的偏心距離という物理量を使っている³⁾。静的偏心距離と動的偏心距離の関係が、幾つかのパラメータによって支配されるねじれ振動モデルに対して明らかにされている。本論文は、以下においてねじれ振動モデルの考え方、そ

のねじれ振動特性、弾性応答解析結果と考察について順に述べている。

2. 建物のねじれ振動モデル

建物のねじれ振動を研究する際に注意すべき点は、ねじれ振動を支配するパラメータが多くなり過ぎることである。従って振動モデルは解明されるべきねじれ振動特性を有する最も簡潔な振動モデルとなる必要がある。そのような観点から考えられたねじれ振動モデルが図1に示されている。ねじれ振動の基本的な性質を把握するのが目的であるから、建物は1層で、質量は平面全体に均等に分布しており、偏心はx軸方向のみに存在すると考えられている。各耐震要素の剛性が $k_1 \cdot k_2 \cdot k_3 \cdot k_4$ である。剛性による偏心は①と③の要素剛性の違いによって生ずる。降伏点強度の違いは①②③要素のそれぞれに対し生ずる。以後本論で使われる直交方向とはx方向のことである。直交方向の④要素は弾性範囲で挙動をすることが仮定されているが、y方向の弾塑性ねじれ振動が応答系の破壊の要因と考えるため、この仮定は実現象に対し大きな制約を与えていない。建物の剛性偏心モデルは耐震要素①③があれば充分であるが、解析モデルが並進剛性とねじれ回転剛性に対して自由度を持つために、耐震要素②が付加され、重要な役割を果たしている。

y方向の地動に対し、応答系がねじれ振動を生ずると、直交方向の耐震要素④がねじれ回転に対して有効に作用する。x方向の耐震要素による偏心は存在しないと仮定されているため、x軸上にあるx方向の耐震要素はねじれ振動に対し何らの役割を果た

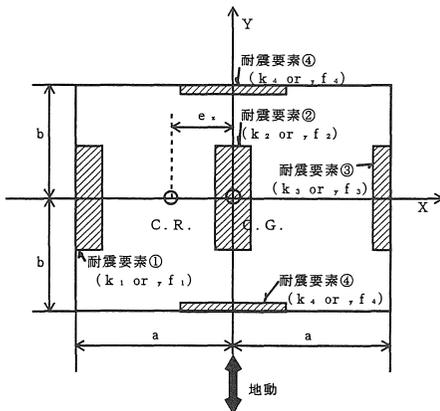


図1 ねじれ振動の解析モデル

すことはなく、図1において省略され、x方向の耐震要素は両側の④要素のみである。通常の設計で考えれば、x方向とy方向の剛性は同じ、すなわち $k_1 + k_2 + k_3$ と $2k_4$ は同じとなる。しかしx方向の耐震要素の内、両側の剛性比率 η_p が導入されており、 η_p は $2k_4 / (k_1 + k_2 + k_3)$ で定義され、④要素の存在がより現実的なものとされている。建物平面は $2a \times 2b$ であり、静的偏心距離が e_x である。以後の解析に対し、 $k_1 \geq k_3$ の場合が扱われるが、この時 e_x は重心より左側に存在する。 e_x が右側にくる場合は図1を反対側から見れば同じことであるから、 $k_1 \geq k_3$ は何らの制約を加えたことにはならない。 e_x を建物長さ $2a$ で割って無次元の静的偏心距離 \bar{e} は次式となる。

$$\bar{e} = e_x / 2a = 0.5 (k_1 - k_3) / (k_1 + k_2 + k_3) \quad (1)$$

応答系の質量は $M = 4abm$ 、床質量の重心点まわりの回転慣性モーメント $I_R = M (a^2 + b^2) / 3$ 、応答系の連成のない並進の固有周期は $T_0 = 2\pi \cdot \{M / (k_1 + k_2 + k_3)\}^{1/2}$ である。

3. ねじれ振動方程式

床の面内剛性は一般に非常に高いと考えられるので、剛床仮定が採用されている。図2は任意時刻における応答系の変位と力の関係を示している。耐震要素①②③④にそれぞれ変位が生じているが、剛床仮定と図2より明らかなように、応答系の独立した変位は、重心点の並進変位 y とねじれ回転角 θ の2つである。すべての変位は y と θ によって完全に表現できる。しかし耐震要素①②③が弾塑性状態になったとき、耐震要素の復元力を決定するのは各要素の変位 $u_1 \cdot u_2 \cdot u_3$ であるから、振動方程式の独立な変位は $u_1 \cdot u_3$ の2つである方が好ましく、剛

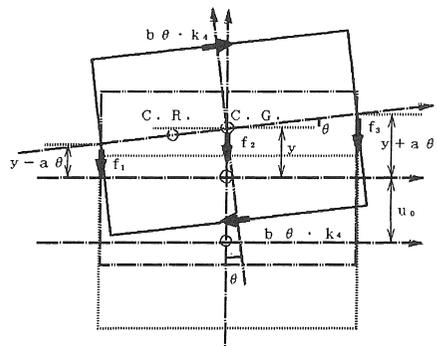


図2 解析モデルの変位と復元力 (任意時刻)

床仮定より $u_2 = 0.5 \cdot (u_1 + u_3)$ である。まず始めに振動方程式が並進とねじれ回転に関し y と θ を未知量として求められる。得られた y と θ に関する振動方程式は u_3 と y 、 θ の関係を使って変数変換が行われ、 u_3 に関する振動方程式が得られる。振動方程式の中で使われる変数は、解析モデルの適用に汎用性を持たせるため、無次元化が行われている。

減衰マトリックス $[C]$ は比例減衰を考えると、 $[C] = \alpha_0 [M] + \alpha_1 [K]$ (ここに $[M]$: 質量マトリックス $[K]$: 剛性マトリックス) で表されるが、本論文では簡単のために、 $\alpha_0 = 0$ 、 $\alpha_1 = 2h/\omega_1$ (ここに h : 応答系の減衰定数 ω_1 : 応答系の1次固有円振動数) とし、従って $[C] = \alpha_1 [K]$ が採用されている。

振動方程式は弾塑性応答系に対し次式となる。

$$\frac{1}{12} \begin{Bmatrix} 4+\beta^2 & 2-\beta^2 \\ 2-\beta^2 & 4+\beta^2 \end{Bmatrix} \left\{ \begin{array}{c} \ddot{u}_1 \\ \xi_3 \cdot \ddot{u}_3/a \end{array} \right\} + \frac{2h}{\omega_1} \cdot \frac{1}{4} \Omega_0^2 \cdot \begin{Bmatrix} 4\eta/(1+a)+(1-\eta)+\eta_P \cdot \beta^2 & 1-\eta-\eta_P \cdot \beta^2 \\ 1-\eta-\eta_P \cdot \beta^2 & 4\eta/(1+1/a)+(1-\eta)+\eta_P \cdot \beta^2 \end{Bmatrix} \left\{ \begin{array}{c} \dot{u}_1 \\ \xi_3 \cdot \dot{u}_3/a \end{array} \right\} + \Omega_0^2 \cdot \frac{\eta}{1+a} \cdot \left\{ \begin{array}{c} \bar{f}_1 + \xi_2 \cdot \bar{f}_2 / 2 - (\eta_P \cdot \beta^2 / 4) \cdot \{(1+a)/\eta\} \cdot (\bar{u}_3 \cdot \xi_3 / a - \bar{u}_1) \\ \bar{f}_3 \cdot \xi_3 + \xi_2 \cdot \bar{f}_2 / 2 + (\eta_P \cdot \beta^2 / 4) \cdot \{(1+a)/\eta\} \cdot (\bar{u}_3 \cdot \xi_3 / a - \bar{u}_1) \end{array} \right\} = - \frac{\ddot{u}_0}{2} \left\{ \begin{array}{c} 1 \\ 1 \end{array} \right\} \dots (2)$$

弾性応答系に対して、振動方程式は上式第3項が次式となり、他の項は同じである。

式(1)の第3項 $= (1/4) \cdot \Omega_0^2 \cdot$

$$\begin{Bmatrix} 4\eta/(1+a)+(1-\eta)+\eta_P \cdot \beta^2 & 1-\eta-\eta_P \cdot \beta^2 \\ 1-\eta-\eta_P \cdot \beta^2 & 4\eta/(1+1/a)+(1-\eta)+\eta_P \cdot \beta^2 \end{Bmatrix} \left\{ \begin{array}{c} \bar{u}_1 \\ \xi_3 \cdot \bar{u}_3/a \end{array} \right\} \dots (3)$$

ここに

各耐震要素の無次元変位: $\bar{u}_j = u_j / y u_j \quad j=1,2,3$

各耐震要素の無次元復元力: $\bar{f}_j = f_j / y f_j \quad j=1,2,3$

j耐震要素の降伏点変位と降伏点強度: $y u_j$ と $y f_j$

①③耐震要素の剛性比: $\alpha = k_3 / k_1$

y方向全剛性に対する両側剛性比:

$$\eta = (k_1 + k_3) / (k_1 + k_2 + k_3)$$

y方向全剛性に対するx方向の両側剛性比:

$$\eta_P = 2k_4 / (k_1 + k_2 + k_3)$$

各耐震要素の降伏点強度比: $\xi_2 = y f_2 / y f_1$

$$\xi_3 = y f_3 / y f_1$$

建物平面形状比: $\beta = b/a$

連成のない並進のみの固有円振動数: $\Omega_0 =$

$$\{(k_1 + k_2 + k_3) / M\}^{1/2}$$

地震動加速度: \ddot{u}_0 但し $u_0 = u_0 / y u_1$

剛性マトリックスの成分中にある $\eta_P \cdot \beta^2$ は、ねじれ振動に対して、x方向両側耐震要素の効果を示す項であり、これらに關係する項を削除し $\eta = 1$ とすると、振動方程式(2)はy方向両側のみに耐震要素を有する最も単純なねじれ振動解析モデルを表すことになる。この振動方程式において、さらに $\alpha = 1$ 、 $\xi_3 = 1$ とすると応答系は並進のみの振動系となり、両側耐震要素の変位は等しく $\bar{u}_1 = \bar{u}_3$ となる。すなわちこのとき、振動方程式は最終的に並進の1質点系振動方程式となり、次式で表される。

$$\ddot{u} + 2h\Omega_0 \dot{u} + \Omega_0^2 u = -\ddot{u}_0 \dots (4)$$

4. ねじれ振動モデルの振動特性

連成のない並進のみの固有周期 T_0 は $T_0 = 2\pi / \Omega_0$ から得られる。静的偏心距離 \bar{e} と剛性比 α の間に、次式(5)の關係がある。式から明らかなように、y方向両側剛性比 η の大きさによって静的偏心距離 \bar{e} は任意の大きさにとることができず、 α が正の条件すなわち $\eta > 2\bar{e}$ でなければならない。

$$\alpha = (\eta - 2\bar{e}) / (\eta + 2\bar{e}) \dots (5)$$

ねじれ振動応答系において、連成のない並進のみの固有円振動数が Ω_0 であり、連成のない回転のみの固有円振動数を Ω_R とすると、振動数比 R_r は、 $R_r = \Omega_R / \Omega_0$ で表される。振動数比 R_r が1.0近傍の振動系において、応答系は外乱に対し、敏感にねじれ振動を励起する可能性があり、 R_r は注目される値である。剛心まわりの回転剛性は次式となる。

$$k_R = (2a)^2 \cdot (k_1 + k_2 + k_3) \{ \eta / 4 - \bar{e}^2 + \eta_P \cdot \beta^2 / 4 \} \dots (6)$$

剛心まわりの回転慣性モーメント I は $I = M(2a)^2 \cdot \{ 1/4 + \beta^2 / 4 + 3\bar{e}^2 \} / 3$ であるから、振動数比 R_r は次式となる。

$$R_r = \Omega_R / \Omega_0 = \{ 3(\eta + \beta^2 \cdot \eta_P - 4\bar{e}^2) / (1 + \beta^2 + 12\bar{e}^2) \}^{1/2} \dots (7)$$

上式より R_r は \bar{e} 、 β 、 η の関数であり、形状係数 β と静的偏心距離 \bar{e} が同じでも η が変わると振動数比 R_r が変化する解析モデルが作成されたことになる。

ねじれ振動に関するわが国の設計規準において、建物の必要保有水平耐力 Q_{un} は、偏心率 R_0 の値によって割り増し係数が規定されており、偏心率が

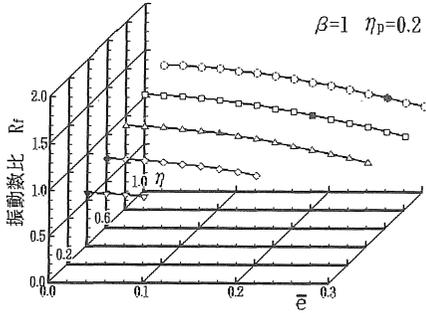


図3 解析モデルの振動数比

0.3以上で1.5倍、偏心率が0.15以下で1.0倍、その間の偏心率に対しては直線補間された倍率で、割り増しして考えられることになっている。本論で考えられる応答系の偏心率がどんな値となるかは重要な問題である。当然なことであるが、x軸方向の偏心距離 e_x は0であるから、偏心率 R_{ex} は0である。y軸方向の偏心距離を e_y とすると、偏心率は $R_{ey} = e_y / r_{ey}$ で表され、解析モデルの R_{ey} は次式となることがわかる。ここに r_{ey} は弾力半径である。

$$R_{ey} = \bar{e} / \{ \eta/4 - \bar{e}^2 + \eta_p \cdot \beta^2/4 \}^{1/2} \quad (8)$$

振動数比 R_r は式(7)で表され、式(7)において $\beta=1.0$ $\eta_p=0.2$ の平面形状が正方形、x方向の両側耐震要素がy方向全剛性の2割のねじれ振動モデルが考えられ、 R_r と η 、 \bar{e} の関係を示したのが図3である。図中において η が0.4以下の剛性が中央に集中している応答系については、 \bar{e} が大きい範囲で R_r のプロット値がないのは、相当する振動系が存在しないことを示している。折線は奥行方向にいくほど、値が全体として大きくなっている。このことは η が大きくなると剛性が両側に集中し、ねじれ剛性が高くなり、結果として R_r の値が大きくなると解釈される。折線の \bar{e} に関する変化は \bar{e} が大きくなると、緩やかに減少して右下がりとなる。折れ線の印の中を黒塗りとした点は、折線の内で R_r の値が1.0に最も近い点を示している。 $R_r=1.0$ は連成しない独立の並進とねじれの固有周期が同じ応答系を示している。このような応答系は一般の地震入力に対して、ねじれ振動が大きく励起される可能性を持っている。図4は図3と同じ横軸と奥行き方向軸を持ち、縦軸に式(8)の偏心率 R_{ey} をとって、プロットして得られた折線を示している。それぞれの折線は \bar{e} が増加すると大きくなり右上がりとなっている。その右上がりの傾向は η が小さい、すなわち中央部に剛性が集中する応答系ほど顕著である。

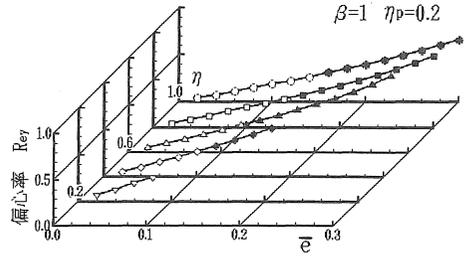


図4 解析モデルの偏心率

このことは、剛性が両側に集中すれば、ねじれ振動に対し耐震要素が効果的に役割を果たすはずであるから、 R_{ey} が \bar{e} に対し緩やかに増加するという基準の意図と一致している。この図において縦軸の値が0.3以上の応答系は印が黒塗りとなって区別されており、基準により必要保有水平耐力が1.5倍となることを示している。

5. 弾性応答解析の結果と考察

弾性応答解析が、解析モデルの振動方程式(2)に対して行われた。使われた地震波は兵庫県南部地震の神戸海洋気象台における強震記録のNS成分とEW成分の2つである。地震波は、2つの地震動の速度の最大値が50カインとなるように正規化されて用いられ、計算の刻み時間は0.01秒である。建物平面形状比 β として1/1.0、1/1.5、1/2.0、1/3.0の4種類の値が用いられ、応答系における連成のない並進の固有周期 T_0 として0.4秒から1.6秒まで0.4秒おきに4種類が用いられた。 η と \bar{e} の値の範囲と間隔は図3・図4で扱われているのと同じである。y方向全剛性に対するx方向両側剛性比 η_p として0.0~1.0の範囲で0.2刻み5種類の値が採用されている。

応答系が、地震動に対してどれくらいのねじれ振動を生ずるかを表現するために、種々の物理量をとることができる。例えば応答の最大ねじれ回転角 θ 又は $\dot{\theta}$ 、 $\ddot{\theta}$ 、或いは最大のねじれモーメント等々がある。しかし本論文は、わが国におけるねじれ振動の規定が静的偏心距離で説明し決定されていることに満足しないところに研究の目的がある。すなわち以下においてねじれ振動の大きさは、動的偏心距離 \bar{e}_d によって評価されている。動的偏心距離とは、ねじれ振動を生ずる応答系の最大ねじれモーメントを同じ T_0 を有する $\bar{e}=0$ の並進振動のみ生ずる応答系の最大層剪断力で割って得られる、概念的に考え

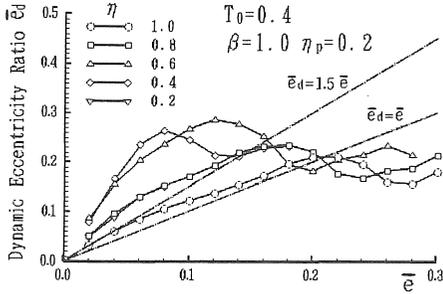


図5 動的偏心距離と静的偏心距離の関係($T_0=0.4$)

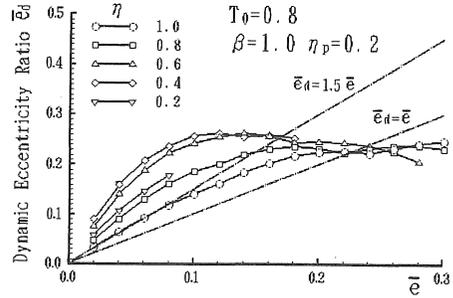


図7 動的偏心距離と静的偏心距離の関係($T_0=0.8$)

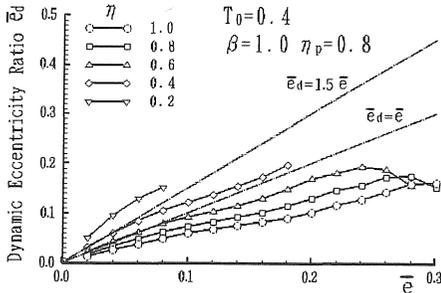


図6 動的偏心距離と静的偏心距離の関係($T_0=0.4$)

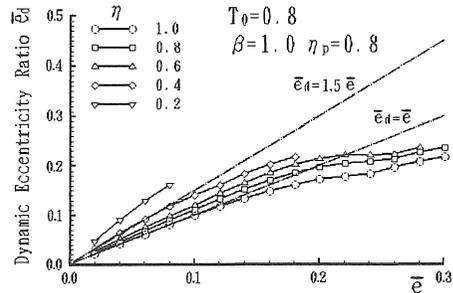


図8 動的偏心距離と静的偏心距離の関係($T_0=0.8$)

られた偏心距離である。この量は動的効果を含んだ見掛け上の偏心距離で、静的偏心距離よりねじれ現象を説明するのに優れていると考えられる。

以下に示される図は、兵庫県南部地震における神戸海洋気象台記録のNS成分に対する結果のみ示されるが、全体的傾向はEW成分に対してもほぼ同じである。図5は横軸に静的偏心距離 \bar{e} 、縦軸に動的偏心距離 \bar{e}_d をとって、 η の値5種類に対して \bar{e}_d をプロットして得られた折線を示している。図5は、 T_0 が0.4秒、建物平面形状比 β が1.0の正方形、x方向の両側耐震要素比 η_p が0.2でねじれ振動に対し直交方向の耐震要素があまり有効でないねじれ振動モデルの結果を示している。図中の2つの直線は、 \bar{e} と \bar{e}_d の関係を2つの傾きで表わした結果を示している。図6は、 \bar{e}_d に対する η_p の影響を表わすために、 η_p が0.8で直交方向の耐震要素が有効に利く場合の結果を示している。次に \bar{e} と \bar{e}_d の関係は応答系の連成のない並進の固有周期 T_0 に大きく依存すると考えられるので、 T_0 がやや長周期の0.8秒に対して、図5・図6と同様の図が、図7と図8に示されている。 η_p が小さく、直交方向両側剛性比が0.2の図5と図7は、各 η に対応する折線が \bar{e} の変化とともに大きく変動することが明らかである。 T_0 が0.4秒の図5において、 η が0.6と0.4の折線は明らかな極大値を有している。この内 $\eta=0.6$ の極大

値は \bar{e} が0.12で生じているが、このことは図3の振動数比 R_f が対応する η と \bar{e} において1.0に最も近い値となっており、この影響が強く出ていることが明らかである。他の η に対する極大値について R_f との関係は明確ではなく、他の要因によるものと思われる。図5において折線はいずれの η に対しても \bar{e} が0.02~0.18の範囲で大きく右上がり増加する傾向があるが、 \bar{e} が0.18~0.3でほぼ横ばいとなる傾向がある。この傾向は図7の T_0 が0.8秒においても同じである。図5と図7より、 \bar{e} が0.02~0.18の範囲で、 \bar{e}_d の値は η が0.4→1.0と大きくなるに従って順に小さくなる傾向がある。このことはy方向耐震壁の両側比 η が小さい応答系は \bar{e}_d が \bar{e} よりかなり大きく、ねじれ振動が大きくなることを示している。すなわち静的偏心距離が小さい範囲で η が小さい応答系では、見掛け上の偏心距離を大きくとる必要性を示している。逆に \bar{e} が0.18以上の範囲では、動的偏心距離 \bar{e}_d は \bar{e} とほぼ同じ或いは \bar{e} よりやや小さくなり、ねじれ振動を静的偏心距離で評価しても安全側となることが明らかである。

次に直交方向耐震要素両側剛性比 η_p が0.8の応答系における \bar{e}_d と \bar{e} の関係が図6・図8に示されている。 T_0 が0.8秒の図8の \bar{e}_d の値は、 T_0 が0.4秒の図6の \bar{e}_d の値より全般に大きな値を有している。図6・図8ともに、各 η に対する折線は緩やかな右

上がりの折線であり、 η が大きくなるほど $\bar{\epsilon}_a$ の値は小さくなっていることが明らかである。 $T_0=0.4$ のやや短周期の応答系に対する折線は $\bar{\epsilon}_a=\bar{\epsilon}$ の直線より下の部分にあり、 $T_0=0.8$ のやや長周期の応答系に対する折線は $\bar{\epsilon}_a=1.5\bar{\epsilon}$ の直線より下の部分にあることがわかる。これらのことは $\eta_p=0.2$ の図5・図7と大きく異なっている。その原因は応答系の η_p が大きいため、ねじれ振動によって生ずるねじれモーメントの半分くらいが、直交方向の耐震要素によって負担されるためであると考えられる。すなわちねじれ振動に対する直交方向の耐震要素の効果は非常に大きいことがわかる。これらの事実は、直交方向耐震要素の存在がねじれ振動に対し重要な重みをもって評価されるべきであるということを示しているが、現実はそのように簡単にはいかない。本論は1方向入力・1方向偏心のみを考えているから、上記のように評価されるが、2方向入力を考えるとき直交方向における静的偏心距離が零であっても、偶発的な偏心とか強度の偏心が存在する可能性があり、直交方向耐震壁の効果は慎重に評価されなければならない。

6. まとめ

ねじれ振動の大きさが動的偏心距離によって評価されている。動的偏心距離は建物がねじれ振動を生じている際の見掛け上の偏心距離ではあるが、静的偏心距離より、現実的な物理量であると思われる。得られた弾性応答解析結果と考察より、静的偏心距離と動的偏心距離の関係が明確に把握されている。そのまとめとして次の2つのことがいえる。第1に静的偏心距離が0.18より小さい範囲で、動的偏心距

離が静的偏心距離よりかなり大きくなることである。このことは直交方向耐震要素両側比が小さい時に非常に顕著である。第2に静的偏心距離が0.18以上では、動的偏心距離が静的偏心距離で評価されても、建物はねじれ振動に対し安全側となる。

しかし動的偏心距離がほとんどの応答系で高々0.3以下となっていることは注目される。又直交方向の両側耐震要素の存在は動的偏心距離に大きな影響を与えることが明らかとなった。しかし本論は1方向入力に対する結果と考察であり、実際は直交方向にも入力地動があることを考えると、ねじれ振動に対し直交方向耐震要素が100%評価されてよいかどうかは種々の問題があり、慎重な扱いが必要である。

[謝辞]

数値計算のデータ整理と図表の作成には、愛知工業大学学部学生 伊藤裕二・木村輝雄・小山和巳の3君に協力していただいた。ここに記して感謝の意を表わす次第である。

参考文献

- 1) 建設省住宅局建築指導課：構造計算指針・同解説，建築センター，1988年
- 2) A.M.Chandler, X.N.Duan : A Modified Static Procedure for the Design of Torsionally Unbalanced Multistorey Frame Buildings, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, vol.22, 1993
- 3) 中村満喜男：降伏点強度の偏在により生ずるねじれ振動の研究，日本建築学会大会学術講演梗概集（関東），1993年9月

（受理 平成8年3月19日）