

CRAY X-MP 上での電子軌道計算

飯 吉 僚・竹 松 英 夫

Implementaion of Electron Ray Tracing on CRAY X-MP

Ryo Iiyoshi and Hideo Takematsu

Electron ray tracing of an electron-optical system has been implemented on the vector pipeline supercomputer CRAY X-MP. The numerical methods used consist of the integration of the three-dimensional differential trajectory equation $d^2\mathbf{r}/dt^2 = -(e/m)(\mathbf{E} + d\mathbf{r}/dt \times \mathbf{B})$ and of the calculations of the static field \mathbf{E} and \mathbf{B} . Most time-consuming part is the \mathbf{E} calculation by the surface charge method which is one of the integral methods based on the Green function. A big reduction of the computing time is achieved on CRAY by a vectorization of this part. The numerical methods, the vectorization techniques, and the timing results are described.

Keywords=vector computer; CRAY X-MP; electron ray tracing; field computation; vectorization

CRAY X-MP 上での電子軌道計算

電子光学系内の電子軌道計算をベクトル・パイプライン・スーパーコンピュータ CRAY X-MP 上で実行した。使用した計算法は、3次元微分軌道方程式 $d^2\mathbf{r}/dt^2 = -(e/m)(\mathbf{E} + d\mathbf{r}/dt \times \mathbf{B})$ を積分する軌道計算法と、回転軸対称電極系の電極表面上に分布している電荷を数値積分する電界計算法、解析解を使用した磁界計算からなる。計算時間の大部分を費やす電界計算コードをベクトル化（最適化）することによって、計算時間の大幅な削減を実現した。使用した計算法の概略、電界計算コードのベクトル化手法、計算時間の比較について述べた。

1. はじめに

電子光学、電子ビーム工学の分野においては、電界・磁界や電子軌道の数値計算が、電子光学系の設計や特性解析に利用されている。我々は、ポイント陰極先端部のみを電子ビーム衝撃で高温度に局所加熱する方法を採用した電子銃の開発研究を進めているが^{1,2)}、その設計・改良に数値計算を利用してきた。計算結果が、電極配置や形状を改良するための有用な指針を与えたことを既に報告した³⁾。その後、局所

加熱の様子を明らかにする目的で、電子銃のウェーネルト電極内部に配置された環状電子銃で作られ、ポイント陰極先端部を局所加熱するために使われる電子ビームの数値解析を進めている⁴⁾。解析には、精度の高い電界計算、3次元電子軌道計算が要求されるため、電極表面上に分布する電荷を数値積分する電界計算法（「表面電荷法」と呼ぶグリーン関数法の一つ）^{5,6)}を導入し、ロンバーグ積分を利用した軌道計算法を開発してきた^{7,8)}。

計算精度の向上によって、局所加熱用電子ビームの数値解析を現在進めているが、解析に必要な計算時間は次第に増加してきている。その理由は、精度の高い電界計算には長い計算時間が必要なこと、また電子ビームの解析には、電子が放出時に持つエネルギー分布や放出角度分布の影響を明らかにする必要があって、計算する軌道の数が著しく増加するためである。こうした状況は、十分な数値計算精度が要求される他の電子光学系の特性解析においても同様であろう。

本学計算センターに、高速演算を目的とした科学技術計算用ベクトル・パイプライン・スーパーコンピュータ CRAY X-MP/14se（以下 CRAY あるいは

ベクトル計算機と呼ぶ)が導入された(1988年)。スーパーコンピュータには、従来の逐次計算方式汎用スカラー計算機には見られない、いくつかの新しいアーキテクチャが採用されていて、これらが高速演算を可能にする。主なものとしてベクトル量の並列高速演算を実現するパイプライン方式(ベクトル・プロセッサ)の採用がある。これを最大限に活用して高速演算を達成すれば、計算時間を大幅に削減できる。このためには、スカラー計算機上で開発されたアルゴリズム自体を最適化(ベクトル化)して、ベクトル・プロセッサを有効利用する必要がある。このために、各数値解析分野においてベクトル化アルゴリズムの開発が進められており⁹⁻¹²⁾、ベクトル計算機の効率良い使用法が検討されている。

我々は電子光学問題の数値解析の立場から、上記ベクトル計算機の性能試験を行うとともに、高速演算を実現するアルゴリズム最適化手法について検討を進めている。これまでの検討で、CRAY上ではスカラー計算機用に開発されたアルゴリズムでもある程度短時間で軌道計算を実行すること、また計算時の負荷が最も大きい電界計算コードをベクトル化することによってCRAY上での計算時間を大幅に削減できることなど、ベクトル計算機を使用した際に期待できる性能、特に高速演算性能についてある程度の結果が得られている。本報告では、性能試験に使用した電子軌道計算法、電界・磁界計算法の概略を説明し、高速演算を実現するために行った電界計算コードの最適化(ベクトル化)手法、電界計算にスカラー・コードとベクトル化・コードを使用して実施した汎用スカラー計算機とベクトル計算機上での計算時間の比較について現在までに得られている結果を報告したい。

2. 電子軌道計算

電磁界中の電子はローレンツの力 \mathbf{F} を受けて運動する。

$$\mathbf{F} = m \frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2} = -e \left(\mathbf{E} + \frac{d\mathbf{r}}{dt} \times \mathbf{B} \right) \quad (1)$$

ここで m , e は電子の質量と電荷, \mathbf{r} , $\frac{d\mathbf{r}}{dt}$ は電子の位置と速度, \mathbf{E} , \mathbf{B} は電界および磁界である。電子の微分軌道方程式 $d^2\mathbf{r}/dt^2$ は、ローレンツの力から導出できる。

電子光学系の数値解析では、回転軸対称系を取り扱うことが多い。円筒座標系 (r, z, θ) で、(1)式から次の3次元微分軌道方程式が得られる。

$$\frac{d^2r}{dt^2} = - \left(\frac{e}{m} \right) E_r - \left(\frac{e}{m} \right) \frac{M_z B_z}{mr} + \frac{M_z^2}{m^2 r^3} \quad (2)$$

$$\frac{d^2z}{dt^2} = - \left(\frac{e}{m} \right) E_z + \left(\frac{e}{m} \right) \frac{M_z B_r}{mr} \quad (3)$$

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{M_z}{mr^2} \quad (4)$$

ここで、 M_z は電子の角運動量の z 方向成分で、磁束 Φ を用いると、次式で与えられる。

$$M_z = mr^2 \left(\frac{d\theta}{dt} \right)_0 - \frac{e}{2\pi} (\Phi_0 - \Phi) \quad (5)$$

回転軸対称系の磁束 Φ は

$$\Phi = 2\pi \int_0^r B_z r dr \quad (6)$$

である。

微分軌道方程式、(2)–(4)式は、5つの連立一次微分方程式に書き表せる。初期条件として電子の初期位置 (r_0, z_0, θ_0) 、初速度 $((dr/dt)_0, (dz/dt)_0, (rd\theta/dt)_0)$ を与え、電界・磁界を計算すれば、これらの微分軌道方程式を微小時間ステップで数値積分でき、電子軌道 $(r(t), z(t), \theta(t))$ が得られる。

微分軌道方程式の解法には、ロンバーグ積分法の一つである有理関数外挿法 (Rational Extrapolation Method)¹³⁾ を用いている。この方法は、与えられた時間積分ステップを自動的に細分割し、各細分割ステップで得られるいくつかの解を求めた後、これらを有理関数で外挿してステップ幅無限小で期待できる解を推定する。外挿値が収束しない場合は、与えた積分ステップを次々に縮小し同様の外挿を繰り返す。外挿にはいくつかの細分割解が必要であるが、解が収束したか否かの判定が自動的に行われること、ステップ・サイズ無限小の解が得られること、さらに連立微分方程式が容易に取り扱えることなどの利点をもつ。

各積分ステップで電子の位置・速度は変化するため、軌道計算ルーチンの中で電界・磁界計算コードが何回も呼び出され実行される。我々が解析する数値計算モデルでは、磁界を解析解で与えることができ、磁界計算に要する時間は問題にならないほどわずかである。一方、電界は電極形状に強く依存し、解析解は容易に得られないので、「表面電荷法」と呼ばれる数値積分法を用いて計算している。この方法は精度の高い電界計算法であるが、長い計算時間を

必要とする。軌道計算に要する時間は主としてこの電界計算で費やされる。電界を短時間で計算すれば、電子軌道の計算時間は削減できる。

3. 電界計算

異なる電位に保たれた複数の電極で構成される系の電位分布は、一般に次の積分方程式（グリーン関数）で記述される。

$$V(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_S \frac{\sigma(\mathbf{r}_s)}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_s|} dS \quad (7)$$

ここで \mathbf{r} は任意の位置、 \mathbf{r}_s は電極表面座標、 σ は電極表面電荷密度、 S 、 dS は電極表面及びその微小面積要素である。

系が回転軸対称である場合、(7)式は次のようになる。

$$V(\mathbf{r}) = \frac{1}{\pi\epsilon_0} \int_{s_a}^{s_b} \frac{\sigma(s)r(s)K(k)}{\sqrt{H}} ds \quad (8)$$

ここで s 、 ds は子午面 (r , z) 上にとった電極表面線座標、微小線要素である。(8)式は電極表面の子午断面全体 [s_a , s_b] にわたる線積分を意味する。 H は、

$$H = [r(s)+r]^2 + [z(s)-z]^2 \quad (9)$$

であり、 K は第一種完全楕円積分、

$$K(k) = \int_0^{\pi/2} \frac{d\theta}{\sqrt{1-k^2\sin^2\theta}} \quad (10)$$

で、その母数は

$$k^2 = \frac{4r(s)r}{H} \quad (11)$$

である。

電界 \mathbf{E} の各方向成分は、

$$\mathbf{E} = -\text{grad } V \quad (12)$$

から導出する。系が回転軸対称である場合、次式が得られる。

$$E_r = -\frac{1}{\pi\epsilon_0} \int_{s_a}^{s_b} \frac{\sigma(s)r(s)}{2r\sqrt{H}} \left\{ \frac{KE(k)}{k'^2} \left[\frac{r(s)^2+r^2+(z(s)-z)^2}{H} \right] - K(k) \right\} ds \quad (13)$$

$$E_z = -\frac{1}{\pi\epsilon_0} \int_{s_a}^{s_b} \frac{\sigma(s)r(s)}{\sqrt{H}} \left\{ \frac{KE(k)}{k'^2} \frac{z(s)-z}{H} \right\} ds \quad (14)$$

ここで、 k' は k の補母数 ($k'^2 = 1 - k^2$)、 KE は第二種完全楕円積分

$$KE = \int_0^{\pi/2} \sqrt{1-k^2\sin^2\theta} d\theta \quad (15)$$

である。

電極の幾何学的配置・形状と電極表面の電荷密度分布が与えられると、任意の位置の電位・電界はこれらの式を数値積分して計算できる。実際の計算では、これらの連続量を離散化した離散化方程式を用いている。

4. 電界計算の離散化方程式

電極表面 s を微小区間 (M 個) に分割し、各微小区間の表面電荷を一定とみなす（離散化する）と、(8)式は次の離散化方程式を与える。

$$V(\mathbf{r}) = \frac{1}{\pi\epsilon_0} \sum_{j=1}^M \sigma_j \sum_{l=1}^N \alpha_l u_{jl}(\mathbf{r}; s_{jl}) \quad (16)$$

ここで α_l は数値積分の重み、 $u_{jl}(\mathbf{r}; s_{jl})$ は σ を除く(8)式の被積分項で、座標 $\mathbf{r} = (r, z)$ と電極の幾何学的形状 ($r(s)$, $z(s)$; すなわち s) からなる関数である。

内部和 $\sum_{l=1}^N$ は座標のみの関数 u_{jl} の部分積分 (s_j を l 個に細分割して積分) を、外部和 $\sum_{j=1}^M$ は電極表面全体

[s_a , s_b] にわたる全積分を意味する。

各微小面積要素の表面電荷密度は次のようにして決定する。 $\mathbf{r}(r, z)$ をある微小面積要素 $s_i = (r(s_i), z(s_i))$ 上の中心位置 (r_{i0} , z_{i0}) に置くと、

$$u_{jl} = u_{jl}(r_{i0}, z_{i0}; s_{jl}) \quad (17)$$

となつて、(16)式は次の方程式を与える。

$$V(r_{i0}, z_{i0}) = \frac{1}{\pi\epsilon_0} \sum_{j=1}^M \sigma_j \sum_{l=1}^N \alpha_l u_{jl}(r_{i0}, z_{i0}; s_{jl}) \quad (18)$$

内部の和の第二項 u_{jl} は、電極座標のみの関数になるので、電極形状・配置が与えられれば直ちに計算可能である。これを

$$\sum_{l=1}^N \alpha_l u_{jl}(r_{i0}, z_{i0}; s_{jl}) = U_{ij} \quad (19)$$

と置くと、(18)式は

$$V(r_{i0}, z_{i0}) = \frac{1}{\pi\epsilon_0} \sum_{j=1}^M \sigma_j U_{ij} \quad (20)$$

となる。これを、 M 個の各微小面積要素すべてについて書き下すと ($i=1, 2, \dots, M$)、次の M 元連立一次方程式が得られる。

$$(V_i) = \frac{1}{\pi\epsilon_0} [U_{ij}](\sigma_j) \quad (21)$$

ここで (V_i) は各電極表面要素 (M 個) の電位からなる列ベクトル、 $[U_{ij}]$ は既に述べたように電極の配

置・形状に関係した $M \times M$ 行列、 (σ_j) は各電極表面要素の電荷密度(M 個)を与える列ベクトルである。電極の電位と配置・形状が与えられると (V_i) が決定され、 $[U_{ij}]$ も計算できるので、電極表面の電荷密度分布 (σ_j) を(21)式から求めることができる。

こうして電荷密度分布が得られると任意の位置 \mathbf{r} の電位 V は(16)式で計算できる。

電位について行ったのと同じ条件で、電界 \mathbf{E} の各方向成分を与える(13)、(14)式を離散化すると、次の様な数値積分の一般型が得られる。

$$\mathbf{E} = -\frac{1}{\pi\epsilon_0} \sum_{j=1}^M \sigma_j \sum_{l=1}^N \beta_l f_{jl}(\mathbf{r}; s_{jl}) \quad (22)$$

ここで β_l は数値積分の重み、 f_{jl} は電界計算位置と電極表面座標の関数で、(13)、(14)式の σ を除くそれぞれの被積分項からなり、 E_r の場合は K 、 KE を、 E_z の場合は KE を含む関数である。

(22)式は、次のように行列表示できる。

$$\mathbf{E} = -\frac{1}{\pi\epsilon_0} [\sigma_1 \sigma_2 \cdots \sigma_M] \begin{bmatrix} f_{11} f_{12} \cdots f_{1N} \\ f_{21} \\ \vdots \\ f_{M1} f_{M2} \cdots f_{MN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_N \end{bmatrix} \\ = -\frac{1}{\pi\epsilon_0} \sigma \mathbf{f} \boldsymbol{\beta} \quad (23)$$

ここで $[f_{jl}]$ は被積分項の座標に関係した項で $M \times N$ の2次元配列、 (β_l) は部分数値積分の重みで要素 N の列ベクトルである。(21)式で求めた表面電荷密度を用いて、(22)式あるいは(23)式を計算して電界を求める。

5. 電界計算コード：スカラー・コードとベクトル・コード

5・1 スカラー・コード

これまで使用してきたスカラー・コードのプログラムでは、(22)式の電界計算が、スカラー的な逐次計算方式で進められた。すなわち、要素 f_{jl} が一つ計算されるたびに重み β_l がかけられ、内部和を計算し終えた後、表面電荷をかけて外部和(全積分)をとるという逐次計算手順で実行された。

電界計算は機能別に6つのSubroutineに分解されている。被積分項中の主要な関数 H 、 K 、 KE などを計算するもの4つ、部分積分用(内部和)が1つ、全積分用(外部和)が1つである。これらSubroutineの引用には、CALL文、外部関数文が使用されている。以後、この電界計算コードをスカラー・コード

と呼ぶ。

このプログラムにおいても、計算時間の短縮のために次のような配慮がなされている。軌道計算に必要な電界計算においては、電子の位置座標のみが変化し、電極座標値は変わらない。そこで、数値積分に必要な電極表面座標値 $r(s_{jl})$ 、 $z(s_{jl})$ のデータ $M \times N \times 2$ 個は予め計算してデータ配列とし、数値積分に必要な計算ステップ数を減らしている。

5・2 ベクトル・コード

ベクトル計算機の高速並列演算機能を調べるために、電界計算コードをベクトル化(最適化)した。最適化をさまたげる要因としては次のようなものがある¹⁴⁾：

1. I/O STATEMENT
2. CALL, RETURN, STOP, PAUSE
3. THREE-BRANCH IF, ASSIGNED GOTO, COMPUTED GOTO
4. BACKWARD BRANCH

これらを除去して、6つの電界計算用Subroutine 1つに統合した。

高速並列演算を実現するには、変数を配列化(ベクトル化)し、ベクトル化演算(並列演算)可能なDO LOOP内で演算処理できるようにしなければならない。このためには電界計算に使用する基本数値データもベクトル化しておくことが必要である。電界計算の基本数値データの一つである電極表面座標値 $r(s_{jl})$ 、 $z(s_{jl})$ の配列化は、スカラー・コードのプログラムで既に行っているもので、これを基本ベクトル量 $[RSJL]$ 、 $[ZSJL]$ (それぞれ $M \times N$ のデータ・ベクトル)とし、要素 f_{jl} の計算に含まれる関数、例えば H 、第一種および第二種完全楕円積分 K 、 KE などを、すべてベクトル量に置き換えた。さらに、これらのベクトル量 $[H]$ 、 $[K]$ 、 $[KE]$ などの被積分関数の計算や、 $[f_{jl}]$ の計算をベクトル量の四則演算に置き換え、ベクトル化DO LOOP内ですべて演算可能にした。この計算概念を図1に示す。

2次元配列 $[f_{jl}]$ の計算には、2重DO LOOP($j=1, 2, \dots, M; l=1, 2, \dots, N$)を用いた。2次元配列の並列演算速度は、2重DO LOOPの繰り返し回数と位置に強く依存する¹⁴⁾。電極分割数 M は、表面電荷密度の離散化数である。この電界計算法では、一般に N (各分割区分の数値積分座標数)に比べて M を大きくとり、電界計算精度を保つ。このような

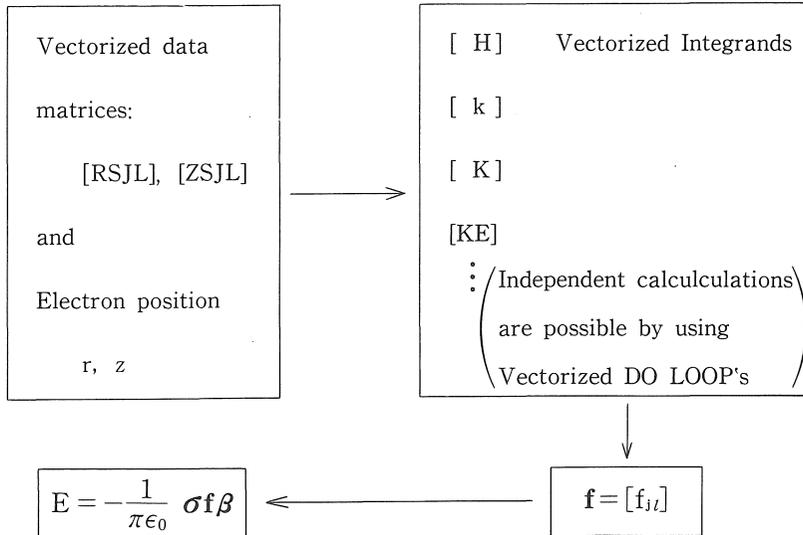


図1 電界計算のベクトル化の概念

理由で、 $M > N$ が一般に成立するので、 j, l 2つの DO LOOP 位置でベクトル並列演算速度に違いが生じることになる。この効果を調べるために、 l を内部ループに置いたベクトル・コード (V. 1) と、 j を内部ループに置いたベクトル・コード (V. 2) を用意した。

6. 結果と考察

計算は電極表面分割数 $M=167$ の電極系に対して行った。この電極系は異なる電位に置かれた5個の電極で構成されている。4節(2)式で既に述べた方法で各分割区間の表面電荷を計算し、これを電界計算用基本数値データに追加した。電界計算の内部和、すなわち座標に関する数値積分にはガウス24分点積分を用いた($N=24$)。数値積分の外部和の繰り返し回数 M は、内部和の繰り返し回数 N に比べて充分大きい ($M > N$)。

計算はスカラー計算機 IBM3081K とベクトル計算機 CRAY 上で、スカラー・コードとベクトル・コード (V. 1 および V. 2) を使用して行った。IBM の倍精度演算ケタ数は、CRAY の単精度演算に対応するので、CRAY では単精度演算で実行した。

以上の条件で、各電界計算コードを用いて、同一初期条件の代表的な3次元電子軌道を計算した。この軌道計算は積分時間ステップ数84回で終了した。得られた計算値はどのコードでも同じであった。

表1に、この軌道計算に要した計算時間の比較を示す。スカラー・コードを使用した時の計算時間は、スカラー計算機上で220秒、ベクトル計算機上では53秒であった。スカラー・コード (非最適化、非ベクトル化・コード) を使用しても CRAY 上での計算時間は1/4に削減する。スカラー・コードを使用しても CRAY 上ではスカラー計算機の4倍程度の演算速度は期待できる。

ベクトル計算機上でベクトル・コードを使用した際の計算時間は、コードV. 1では34秒であった。この時間は、スカラー・コードを使用した際の53秒の3/5に過ぎず、演算速度の加速率はわずか1.6倍にしかなかった。しかし、コードV. 2を使用すると、計算時間は8.4秒に大幅に削減された。コードV. 2の演算速度加速率は、CRAY 上ではスカラー・コードに比べ約6倍、またスカラー計算機上に比べて26

表1 スカラー・コードとベクトル・コードの計算時間 (秒)

Computer used	Algorithm code	Time
IBM3081K	Scalar	220
CRAY X-MP14/se	Scalar	53
	Vector V.1	34
	Vector V.2	8.4

スカラー計算機としてIBM3081K、
ベクトル計算機としてCRAY X-MP14/seを使用

倍に達することがわかった。

以上の結果から、使用した電子軌道計算では、電界計算コードの効果的なベクトル化(V. 2)によって、汎用スカラー計算機に比べ大幅な計算時間の削減、高速演算が実現できることが確かめられた。

ベクトル計算機上では、2次元ベクトル量 $[f_{ij}]$ の計算に必要な内外二つのDO LOOPの繰り返し回数で、計算時間に大幅な違いが現れている。内部ループに繰り返し回数の少ないループ(ガウス積分の回数24)を置いたベクトル・コードV. 1の計算時間は、スカラー・コードの計算時間に比べて大きな差がないのに対して、内部ループに繰り返し回数が多いループ(全積分 $M=167$)を採用したベクトル・コードV. 2では大幅な計算時間の削減、演算速度の向上が達成されている。ベクトル化によって計算時間の大幅な削減を実現するには、2重ベクトル化DO LOOPの繰り返し回数に十分な注意を払うことが必要である。コンパイラーはどれが効率の良いベクトル化DO LOOPであるか教えてくれないが、Training Workbook¹⁴⁾のTiming Resultsリストがその決定に役立つ。

2次元ベクトル量 $[f_{ij}]$ の並列高速演算に必要な2重DO LOOPの入れ替えは、各要素すなわち被積分項が部分積分座標と全積分座標に関係しているので、実質的には全積分と部分積分手順の入れ替えに相当する。このため変更は簡単でない。実際、ベクトル・コードV. 2の作成には従来使用してきたスカラー・コードの大幅な変更が必要であった。この変更作業を比較的容易にしたのは、既に述べたように、積分に必要な電極座標の基本数値データを合理的に配列化(ベクトル化)していたことであった。多重数値積分コードの円滑なベクトル化を容易にするには、数値積分に使用するデータの性質を理論的に明らかにしておくと同時に、数値積分で実際に使用し易い形に合理的にベクトル化しておくことが重要である。

電界計算コードのベクトル化だけで、高速演算が達成できたのは、この計算コードが軌道計算で多数

回引用され、計算時間も長いためである。CRAYが保有する性能分析TOOL¹⁴⁾を利用して調べたところ、軌道計算の各時間ステップで平均7回、合計約600回電界計算コードが呼び出されていることがわかった。電界計算が軌道計算の大きな負荷になっていて、このベクトル化が計算時間の削減に大きな効果をもたらしたことを意味する。電界計算コードが多数回引用されるので、コードV. 2を使用した場合、軌道計算アルゴリズム全体の実行のベクトル化率は90%に達している。みかけのベクトル化率はわずかに9%に過ぎない。

今回の性能試験で、最大負荷部分を効果的にベクトル化すれば、十分な結果が期待できることが明らかとなった。ベクトル計算機上では、ベクトル化DO LOOPの繰り返し回数を増加しても、ベクトル化が効果的に行われていれば計算時間は短く抑えられる。これは、電極分割数 M をさらに多く必要とする多電極電子光学系問題の解析を短時間で進めることができることを意味する。今後はこのような点も課題として検討を進めたい。また、これまで得られた結果を基に電位・電界計算用「表面電荷法」の全アルゴリズムのベクトル化作業を進めていく予定である。

7. 終わりに

CRAY X-MP ベクトル・パイプライン・スーパーコンピュータ上で電子光学系内の電子軌道計算を実行した。使用した計算法は、回転軸対称電磁界中の3次元電子軌道を求める軌道計算法と、電極表面上に分布する電荷を数値積分する電界計算法、解析解を使用した磁界計算からなる。軌道計算時間の大半は電界計算に費やされる。CRAY上ではスカラー・コード・アルゴリズムを使用しても計算時間はある程度削減できる。電界計算コードをベクトル化(最適化)することによって、計算時間を大幅に削減できることを示した。使用した数値計算法の概略、電界計算コードのベクトル化手法、計算時間の比較について述べた。

参考文献

- 1) Iiyoshi R., Takematsu H. and Maruse S.: Point Cathode Electron Gun Using Electron Beam Heating, Proc. 11th Int. Congr. on Electron Microscopy, Kyoto, Vol. 1, 235-238, 1986.
- 2) Iiyoshi R., Takematsu H. and Maruse S.: Point Cathode Electron Gun Using Electron Bombardment for Cathode Tip Heating, J. Electron Microsc., Vol. 37, 1-7, 1988.
- 3) 飯吉 僚, 竹松英夫: 電子衝撃加熱型電子銃の改良, 愛知工業大学研究報告, No.18B, 13-17, 1983.
- 4) Iiyoshi R., Hara K., Takematsu H. and Maruse S.: Point Cathode Electron Gun Using Electron Beam Heating: Numerical Analysis of Bombarding Electron Beam for Cathode Tip Heating, Proc. 4th Asia-Pacific Conf. and Works. on Electron Microscopy, Bangkok, 69-70, 1988.
- 5) Rauh H.: Ein Näherungsverfahren zur Berechnung rotationssymmetrischer elektrostatischer Felder mit beliebigen Randbedingungen und seine Anwendung auf einen Elektronenstrahlerzeuger mit Spitzenkathode, Z. Naturforsch., Band 26a, 1667-1675, 1972.
- 6) Ozaki K., Ohye T., Tamura N. and Uchikawa Y.: Computation of Field Distribution on the Emitter Tip Using the Surface Charge Method, J. Electron Microsc., Vol. 30, 281-291, 1981.
- 7) 坂本常豊, 飯吉 僚, 竹松英夫: 電子衝撃加熱型電子銃の衝撃電子軌道(数値解析), 昭和60年度電気関係学会東海支部連合大会論文集, 239, 1985.
- 8) 坂本常豊: 電界・磁界と荷電粒子軌道の数値解析, 愛知工業大学大学院工学研究科修士論文, 1986.
- 9) Cochrane D. L. and Truhlar D. G.: Strategies and Performance Norms for Efficient Utilization of Vector Pipeline Computers as Illustrated by the Classical Mechanical Simulation of Rotationally Inelastic Collisions, Parallel Comput., Vol. 6, 63-85, 1988.
- 10) Zlatev Z.: Treatment of Some Mathematical Models Describing Long-Range Transport of Air Pollutants on Vector Processors, Parallel Comput., Vol. 6, 87-98, 1988.
- 11) Temperton C.: Implementation of a Prime Factor FFT Algorithm on CRAY-1, Parallel Comput., Vol. 6, 99-108, 1988.
- 12) 吉原郁夫: 準定常速度場における拡散シミュレーションの高速化とその送風方式検討への応用, 電学論C, 108巻, 925-931, 1988.
- 13) Bulirsh R. and Stoer J.: Numerical Treatment of Ordinary Differential Equations by Extrapolation Methods, Numerische Math., Vol. 8, 1-13, 1966.
- 14) CRAY RESEACH INC.: Training Workbook for CFT77 on CRAY X-MP and CRAY Y-MP Computer Systems, Cray Research Inc. Training Dept. June, 1988.

(受理 平成元年1月25日)