対数ら線すべり線を用いた地盤の支持力解析

成田国朝・山口柏樹*

Analysis of Bearing Capacity for Logarithmic Spiral Slip Surfaces

Kunitomo NARITA and Hakuju YAMAGUCHI*

In this paper, a conventional and practically useful analytical method of bearing capacity is presented, assuming that slip lines in the foundation are composed of a single logarithmic spiral curve. The applicability of the method is then examined by comparing its solutions with those from other theoretical and empirical formulae as well as experimental results. Emphasis is also placed on some advantages of the method, showing that bearing capacity factors can be expressed to some extent in closed forms, and that the method is applicable for bearing capacity against eccentric and inclined loads of both shallow and deep foundations.

1．はじめに

Kötter 式を解く厳密な支持力解析法が実用面で必ずしも有効でないことから，すべり線を予め円弧や対数ら線と仮定して限界つり合いから支持力を求める近似解法が各種提案されている。これらは，主働・受働域を直線で表し過渡域に対数ら線をあてはめる浅い基礎の Terzaghi 解や，深い基礎に対する Meyerhof 解に代表されるが[1]，すべり線全域を円弧で表現する円弧すべり解法[2]や，過渡域のみ円弧とする複合すべり線に対する分割計算法[3]なども同程度の良好な結果を得ている。

本研究は，すべり線全域を１本の対数ら線で表現したときの支持力解析法を示し，支持力係数に関する従来値や経験式，あるいは実験値との比較を通じて，実際問題への適用性を検討するものである。すべり線を１本の理論曲線で表示したことにより，本法では支持力値をある程度まで解析的に表示することができ，計算手続が非常に簡略化される。同時に，本法は偏心荷重や傾斜荷重時の支持力，更に深い基礎の支持力の算定に容易に発展し得る利点を有している。

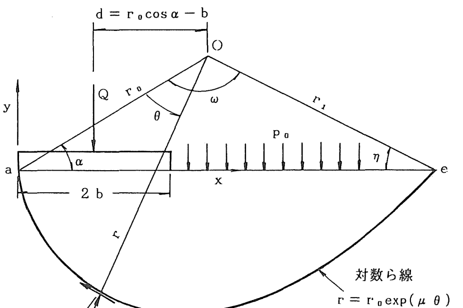
2．対数ら線による支持力解析

2・1　浅い基礎に対する支持力解

基本解析として，まず鉛直・中心荷重に対する浅い基礎の支持力解析手法を述べる。図―1で，幅 B＝2b の基礎の左端 a を通り点 O を極とする対数ら線 ae がすべり線であると考える。$\mu=\tan\phi$，$\overline{Oa}=r_0$ とすると，対数ら線の方程式は次式で与えられる。

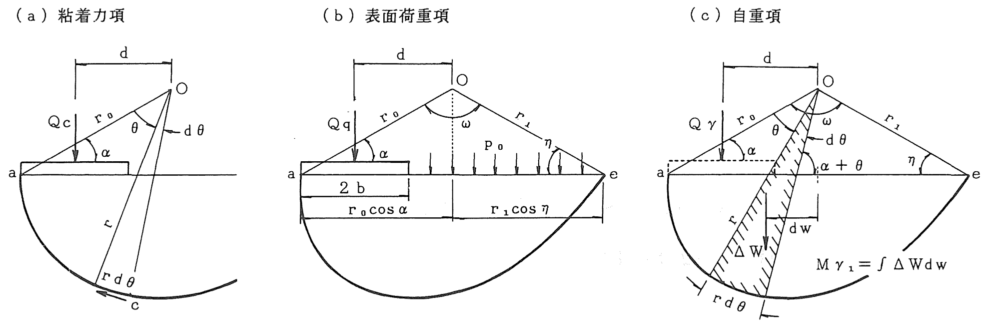
$$r = r_0\exp(\mu\theta) \qquad (1)$$

始線の長さ r_0 と基礎面からの傾角 α を指定することにより極 O の位置とすべり線の形が定まる。すな



図―1　対数ら線すべり線

＊東京電機大学理工学部



図—2　モーメントつり合い

わち，すべり線の終点eにおける角度ωとαの間には次式の関係が成り立ち，ωがαの関数として求められる。

$$\exp(\mu\omega)=\sin\alpha/\sin(\alpha+\omega) \tag{2}$$

一般に地盤の支持力quは，粘着力c，表面荷重p_0および自重γの3つの項の線形結合で表示され，帯基礎に対しては

$$\begin{aligned} qu &= Q/B \\ &= cNc+p_0Nq+(\gamma B/2)N\gamma \end{aligned} \tag{3}$$

と表される。すべり線の形状が確定すれば，支持力値は各項ごとに極Oに関するモーメントつり合いを調べて決定することができる。以下，図—2を参照しながら支持力値を求めるが，各項に共通して言えることは，支持力Qが極Oの座標(r_0，α)の関数で表示されることである。したがって，Qの最小値を定めるためには，次の2つの極小条件

$$\partial Q/\partial r_0=0\ ,\qquad \partial Q/\partial\alpha=0 \tag{4}$$

を同時に満たす(r_0，α)を解析的に求めるか，あるいは斜面安定解析のように極の位置を変えてQを直接計算し最小値を追求する数値計算の手法に頼ることになる。本文では可能な範囲まで解析的に議論を進め，それ以降は部分的に数値計算手法を用いる立場をとっている。

(1)　粘着力項（Nc）

図—2 a）のように，点O回りの粘着力に関するモーメントつり合いを考えると

$$\begin{aligned} Qc\times d = Mc &= \int_0^{\omega} cr^2 d\theta \\ &= c\, r_0{}^2\lambda/2\mu \end{aligned} \tag{5}$$

ただし，$d=r_0\cos\alpha-b$，$\lambda=\exp(2\mu\omega)-1$

を得る。上式をQcについて解いて式(4)より最小値を求めるが，まず第1項：$\partial Q/\partial r_0=0$より

$$r_0=2b/\cos\alpha \tag{6}$$

となる。これは，最小値を与える極が基礎右端を通る鉛直線上にあることを意味する。このr_0を式(5)に再代入して支持力係数Ncの形で表示すると

$$Nc=\frac{Qc}{2bc}=\frac{\lambda}{\mu\cos^2\alpha} \tag{7}$$

を得る。次にαに関する最小条件を上式に適用してNcの最小値を求めるのであるが，実際には式の展開が非常に煩雑になり，完全な形の解析解を導くことは困難である。この点は以下のNqやNγにも共通して言え，以後の計算は数値的手法に依らざるを得ない。

(2)　表面荷重項（Nq）

図—2 b）のモーメントつり合いより

$$\begin{aligned} Qq\times d &= Mq \\ &= (p_0/2)\{(r_1\cos\eta)^2-(r_0\cos\alpha-2b)^2\} \end{aligned} \tag{8}$$

ただし，$r_1=r_0\exp(\mu\omega)$，$\eta=\pi-(\alpha+\omega)$

上式をQqについて解いてr_0に関する最小条件を適用すると式(6)と同じ結果を得る。したがって，Nqは次のように表示される。

$$Nq=\frac{Qq}{2bp_0}=\frac{(\lambda+1)\cos^2(\alpha+\omega)}{\cos^2\alpha} \tag{9}$$

なお，上式を変形して式(2)を用いると，式(7)のNcとの間に

$$Nc=(Nq-1)\cot\phi \tag{10}$$

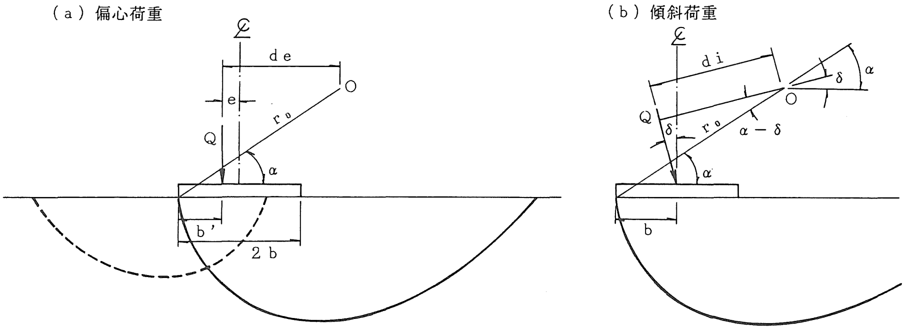
の対応定理が成立つことが分かる。

(3)　自重項（Nγ）

図—2 c）に示したように，すべり線と2つの動径Oa, Oeで囲まれる扇形部分と△Oae部分のモーメントをそれぞれ$M\gamma_1$，$M\gamma_2$と置き，右回りのモーメントを正と定めると，モーメントつり合いは次式で表される。

$$Q\gamma\times d=M\gamma=M\gamma_1-M\gamma_2 \tag{11}$$

$$M\gamma_1=-\int_0^{\omega}(\gamma r^3/3)\cos(\alpha+\theta)d\theta$$



図―3　偏心および傾斜荷重

$$M\gamma_2 = -(\gamma/6)(r_0{}^3\cos^2\alpha\sin\alpha - r_1{}^3\cos^2\eta\sin\eta)$$

積分を実行して上式を$Q\gamma$について解き，r_0に関する最小条件：$\partial Q\gamma/\partial r_0 = 0$を適用すると

$$r_0 = 3b/2\cos\alpha \tag{12}$$

となる。すなわち，$Q\gamma$の最小値を与える極は基礎中心と右端の中点を通る鉛直線上にある。このr_0を$Q\gamma$の式に再代入して整理すると，$N\gamma$の表示式として次式が得られる。

$$N\gamma = \frac{Q\gamma}{2\gamma b^2} = -\frac{9f(\alpha)}{16\cos^3\alpha} \tag{13}$$

ただし，$f(\alpha) = (2/1+9\mu^2)[\exp(3\mu\omega) \times\{3\mu\cos(\alpha+\omega)+\sin(\alpha+\omega)\} -3\mu\cos\alpha-\sin\alpha]+\exp(3\mu\omega) \times\cos^2(\alpha+\omega)\sin(\alpha+\omega)-\cos^2\alpha\sin\alpha$

2・2　偏心および傾斜荷重に対する支持力解

基礎中心軸から距離eだけ偏心する鉛直荷重に対する支持力解は，式(5)，(8)，(11)のアーム長dを図―3a)のdeに置換えて求められる。ただし，基礎左端からQの着力点までの距離を$b'=b-e$と置くと

$$de = r_0\cos\alpha - b' \tag{14}$$

である。実線のすべり線に対しては中心軸より左側に偏心する方が支持力値が小さくなるから，偏心の影響は左側だけに着目して検討すればよい。しかし，実際の破壊パターンを考えると，実線のような基礎端部を通る偏心の逆側へのすべりより，むしろ破線のような基礎途中から発生する偏心側への小規模なすべりを想定する方が自然のように思われる[4]。いずれの破壊パターンが合理的であるかは実験[5]でも判然としていないが，解析的には両者の与える支持力値が等価であることを後に述べる。

次に，鉛直からδだけ傾斜する荷重Qを考えると，そのアーム長は図―3b)のdiになり

$$di = r_0\cos(\alpha-\delta) - b\cos\delta \tag{15}$$

と表される。また，偏心かつ傾斜している荷重に対しては，上式で$b \to b'$としてアーム長が与えられ，これをdeiと置くと

$$dei = r_0\cos(\alpha-\delta) - b'\cos\delta \tag{16}$$

となる。以下，各項ごとに偏心・傾斜荷重時の支持力係数を求める。

(1)　粘着力項（Nc）

モーメントつり合い式(5)で$d \to dei$としたものになり，これをQcについて解いてr_0に関する最小条件を適用すると，$b'=mb$と置いて

$$r_0 = 2mb\cos\delta/\cos(\alpha-\delta) \tag{17}$$

を得る。このr_0を再代入してNcの表示式を求めると次式が得られる。

$$Nc = \frac{\lambda m\cos^2\delta}{\mu\cos^2(\alpha-\delta)} \tag{18}$$

ただし，上式のNcはQcの鉛直成分：$Qcv=Qc\times\cos\delta$に関する支持力係数である。

(2)　表面荷重項（Nq）

式(8)で$d \to dei$としてr_0に関する最小条件を適用すると

$$r_0 = (m\cos\delta+K)b/\cos(\alpha-\delta) \tag{19}$$

$$K = [(m\cos\delta)^2-4\cos(\alpha-\delta) \times\{\cos(\alpha-\delta)-m\cos\alpha\cos\delta\}/\lambda]^{1/2}$$

となり，これをQqの式に再代入して，その鉛直成分：$Qqv=Qq\times\cos\delta$に関する支持力係数Nqを求めると次式を得る。

$$Nq = \{\lambda(K+m\cos\delta)+2\cos\alpha\cos(\alpha-\delta)\} \times\cos\delta/2\cos^2(\alpha-\delta) \tag{20}$$

(3)　自重項（$N\gamma$）

式(11)で$d \to dei$とすると

$$Q\gamma \times dei = -\gamma r_0^3 f(\alpha)/6$$

であり，r_0に関する最小条件は

$$r_0 = 3mb\cos\delta/2\cos(\alpha-\delta) \tag{21}$$

となって，$Q\gamma$ の鉛直成分：$Q\gamma v = Q\gamma \times \cos\delta$ に関する支持力係数 $N\gamma$ は次式で与えられる。

$$N\gamma = -\frac{9f(\alpha)m^2\cos^3\delta}{16\cos^3(\alpha-\delta)} \tag{22}$$

式(18)，(20)，(22)で $m=1$，$\delta=0°$としたものが前節の中心・鉛直荷重に対する支持力係数：式(7)，(9)，(13)に対応することは言うまでもない。なお，対数ら線で $\phi=0°$は円弧に相当し，$\mu=\lambda=0$ となって式(7)や式(18)の Nc は不定である。円弧の場合は $Mc = cr_0^2\omega$ となるから，Nc については式(18)に代わる表示式として

$$Nc = \frac{2\omega m\cos^2\delta}{\cos^2(\alpha-\delta)} \tag{23}$$

を得る。Nq は鉛直荷重に対しては1となるが，荷重が傾斜すると最小値は得られない。

2・3　深い基礎に対する支持力解

以上の支持力解は根入れ部（Df）のせん断抵抗を無視しているので，Df/B＞1の深い基礎に対しては有効ではない。そこで，以下では図－4のような根入れ部を貫くすべり線を考え，これを1本の対数ら線で表現したときの支持力解を導く。この場合，すべり線の終点 e の位置によって2つの破壊パターンが考えられ，点 e が地表面に達する場合をパターンI，点 e が基礎側面に達する場合をパターンIIと呼ぶことにする。両パターンにおいて，基礎の形状（Df，B）が与えられ，極Oの位置（r_0，α）が指定されたとき，すべり線の形状を確定する角 ω の満たす条件式は以下のようにまとめられる。

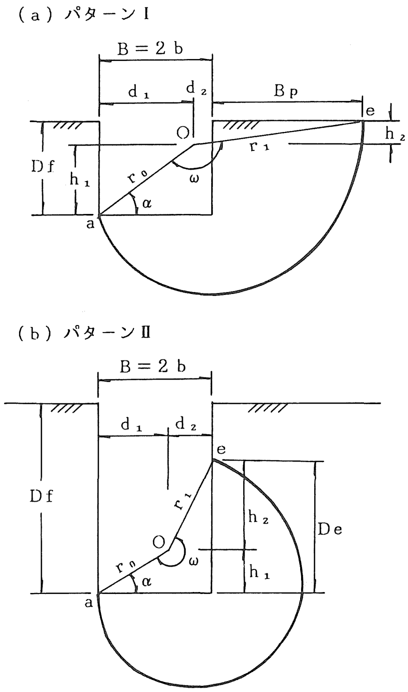
$$\begin{aligned} &\text{パターンI：} xe \geqq B,\ ye = Df \\ &\text{パターンII：} xe = B,\ ye \leqq Df \end{aligned} \tag{24}$$

$$xe = r_0\{\cos\alpha - \exp(\mu\omega)\cos(\alpha+\omega)\}$$

$$ye = r_0\{\sin\alpha - \exp(\mu\omega)\sin(\alpha+\omega)\}$$

浅い基礎における式(2)の条件式は，上式で Df＝0 としたものに相当する。

さて，支持力に関する各項のモーメントつり合いを考えると，まず粘着力に関しては式(5)と全く同じ形で表され，ω の値が異なるだけである。したがって，支持力係数 Nc も式(7)あるいは式(18)と同形で表示される。次に表面荷重項は，浅い基礎の場合は $p_0=\gamma Df$ として根入れ効果を取入れる必要があったが，深い基礎の場合は地表面に特別なサーチャージを考えない限り考慮する必要はない。すなわち，深い基礎の根入れ効果は以下の自重項で自動的に取入れられるのである。



図－4　深い基礎の解析

自重項に関するモーメントのうち，扇形 Oae 部分の $M\gamma_1$はパターンI，IIとも浅い基礎（Df＝0）の場合と同じ形で表され，式(11)より

$$M\gamma_1 = -\gamma r_0^3 g(\alpha)/6 \tag{25}$$

$$\begin{aligned} g(\alpha) = (2/1+9\mu^2)[&\exp(3\mu\omega) \\ &\times\{3\mu\cos(\alpha+\omega)+\sin(\alpha+\omega)\} \\ &-3\mu\cos\alpha-\sin\alpha] \end{aligned}$$

となる。一方，扇形部分と差引きして，全モーメント $M\gamma$ が $M\gamma = M\gamma_1 - M\gamma_2$ となるような $M\gamma_2$を求めると，図－4の d_2の正負に応じて以下のようにまとめられる。

パターンI：式(26)

$$\begin{aligned} M\gamma_2 = &-\{\gamma h_2/2(Bp+d_2)\} \\ &\times\{Bp^2(d_2+Bp/3)-2d_2^3/3\} \\ &+\gamma h_1(d_2^2-d_1^2/3)/2 \qquad (d_2>0) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M\gamma_2 = &-(\gamma h_2/2)\{(Bp+d_2)^2/3-d_2^2\} \\ &-(\gamma h_1/d_1)\{d_2^3/3+2b^2(2b/3-d_2)\} \\ &\qquad (d_2<0) \end{aligned}$$

パターンII：式(27)

表1　浅い基礎の支持力係数

φ	Nc			Nq			Nγ		
(°)	本法	T解	CK解	本法	T解	CK解	本法	T解	CK解
0	5.52	5.71	5.14	1.0	1.0	1.0	0.0	0.0	0.0
5	7.09	7.32	6.49	1.62	1.64	1.57	0.38	0.0	0.45
10	9.31	9.64	8.35	2.64	2.70	2.47	1.27	1.2	1.22
15	12.53	12.8	10.98	4.36	4.44	3.94	3.19	2.4	2.65
20	17.39	17.7	14.83	7.33	7.48	6.40	7.32	4.5	5.39
25	25.02	25.0	20.72	12.67	12.7	10.66	16.52	9.2	10.88
30	37.60	37.2	30.14	22.71	22.5	18.40	38.07	20.0	22.40
35	59.65	57.8	46.12	42.77	41.4	33.30	92.48	44.0	48.03
40	101.3	95.6	75.31	86.01	81.2	64.20	243.9	114	109.4
45	187.9	172	133.9	188.9	173	134.9	724.4	320	271.8

注）T : Terzaghi,　CK : Caquot・Kerisel

$$M\gamma_2 = (\gamma/3)\{d_2^2(h_1+h_2)-2bh_1(b-d_2)\} \quad (d_2>0)$$

$$M\gamma_2 = (\gamma/3)\{d_2^2h_2-d_2^3h_1/d_1 -2b^2h_1(2b-3d_2)/d_1\} \quad (d_2<0)$$

ただし，$d_1 = r_0\cos\alpha$，$d_2 = 2b-d_1$，$h_1 = r_0\sin\alpha$

$$h_2 = -r_0\exp(\mu\omega)\sin(\alpha+\omega)$$

$$Bp = -r_0\exp(\mu\omega)\cos(\alpha+\omega)-d_2$$

3．計算結果と考察

3・1　浅い基礎の支持力

表―1は浅い基礎の支持力係数について，対数ら線（本法）とTerzaghi解（T解）およびCaquot・Kerisel解（CK解）を比較したものである。ただし，本法の解は式(7)，(9)，(13)を（$\phi=0$°のNcは式(23)で$m=1$，$\delta=0$°としたものを），αに関して最小となるように数値計算して求めている。表によると，NcとNqについては対数ら線解と従来解が比較的良く対応しており，特にT解とは幅広いϕの値に対して実質的に差がないとみてよい程度である。一方，Nγについてはϕ大なるに従って過大評価の傾向を示し，ϕ≒30°を越えると従来解と2倍以上の差が出ることが知れる。しかし，実際問題においては，砂地盤ではNqの効果が，粘土地盤ではNcの効果が大きいので，Nγに関する上記の差は実用的にはあまり問題にならないと考えられる。

表―2は具体例として，$c=5$tf/m²，$\gamma=2$tf/m³，B=10mの場合について各種支持力解を比較したものである。ここで，表面荷重項は根入れ深さDfに対する土かぶり圧$p_0=\gamma Df$で表している。第1，2欄のqs_1とqs_2は共に対数ら線解であり，前者は各項のQの和の最小値を数値的に直接計算して$qs_1=(Qc+Qq+Q\gamma)\min/B$より求めた値，後者は表―1の支持力係数（本法）を用いて重合わせ計算した値である。（　）内の数値は両者の比率を百分率表示したものであり，この比較によって支持力計算における重合わせの妥当性を調べることができる。表によると，全ての場合において重合わせ計算の値が小さいが，その差は2～4％，最大でも5％程度であり，重合わせ性は極めて良いと言える。

次に，対数ら線解とCaquot・Kerisel解を比較するために，表―1のCK解の支持力係数を用いた重合わせ計算値をqckとし，（　）内に上記のqs_2値との比率を示した。CK解が対数ら線解より小さ目に出ることは表―1の比較でも明らかであり，その差はϕ大なるほど大きくなるが，大略的に見て$\phi\leqq$20°では20％以内の差に納まることが知れる。

最後に，右2欄は粘着力と根入れ効果のみによる支持力について，対数ら線解とMeyerhof解を比較したものである。qcqが表―1の本法のNc，Nqのみを用いた重ね合わせ計算値，qmがMeyerhof解であり，（　）内にqcqとの比率を示した。これによると，qcqとqmの大小関係は一定していないが，両

表2　支持力値の比較（c＝5 tf/m²，γ＝2 tf/m³，B＝10m）

Df/B (p_0)	ϕ (°)	qs_1	qs_2 (qs_2/qs_1)	qck (qck/qs_2)	qcq	qm (qm/qcq)
0.0 (0.0)	0	27.6	27.6 (100)	25.7 (93)	27.6	25.7 (93)
	10	63.0	59.3 (94)	54.0 (91)	46.6	41.7 (90)
	20	169	160 (95)	128 (80)	87.0	74.2 (85)
	30	591	569 (96)	375 (66)	188	151 (80)
	40	3008	2946 (98)	1471 (50)	507	377 (74)
0.5 (10.0)	0	37.6	37.6 (100)	35.7 (95)	37.6	40.7 (108)
	10	89.7	85.7 (96)	78.2 (92)	73.0	70.1 (96)
	20	246	234 (95)	192 (82)	160	134 (84)
	30	832	796 (96)	559 (70)	415	296 (71)
	40	3937	3806 (97)	2113 (56)	1367	811 (59)
1.0 (20.0)	0	47.6	47.6 (100)	45.7 (96)	47.6	58.4 (123)
	10	116	112 (96)	103 (92)	99.4	110 (111)
	20	321	307 (96)	256 (83)	234	216 (92)
	30	1068	1023 (96)	743 (73)	642	488 (76)
	40	4852	4666 (96)	2755 (59)	2227	1360 (61)

注）支持力の単位：tf/m²，　（　）内は百分率

者は20％程度の差で対応することが分かる。

3・2　偏心・傾斜荷重に対する支持力

式⒅，⒆の Nc，Nγ において，偏心の影響はm値（＝b′/b）のみで表されるから，傾斜角δによらず

$$\mathrm{Nc}(偏心)=m\times \mathrm{Nc}(中心)$$
$$\mathrm{N}\gamma(偏心)=m^2\times \mathrm{N}\gamma(中心) \qquad (28)$$

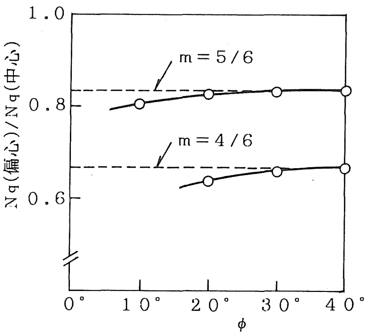
なる関係が成立つ。他方，式⒇の Nq には上記のような比例関係がないので，数値計算を行って偏心荷重時と中心荷重時の対応関係を調べてみた。図－5は m＝5/6, 4/6とした場合の計算結果であり，偏心および中心荷重時の Nq の比率と ϕ の関係を示している。○印が計算値であり，Nq の比率は ϕ 大なるに従って設定したm値に漸近する傾向が見られる。したがって，図から $\phi\geqq 20°$に対し

$$\mathrm{Nq}(偏心)\fallingdotseq m\times \mathrm{Nq}(中心) \qquad (29)$$

と判断される。

偏心時の支持力値に添字eを付けて区別すると，式(28)，(29)より

$$\mathrm{Que}=\mathrm{que}\times B \qquad (30)$$
$$=(c\mathrm{Nce}+p_0\mathrm{Nqe}+\gamma B\mathrm{N}\gamma e/2)B$$
$$\fallingdotseq(cm\mathrm{Nc}+p_0m\mathrm{Nq}+\gamma Bm^2\mathrm{N}\gamma/2)B$$



図－5　偏心載荷時の Nq

$$=(c\mathrm{Nc}+p_0\mathrm{Nq}+\gamma B'\mathrm{N}\gamma/2)B'$$

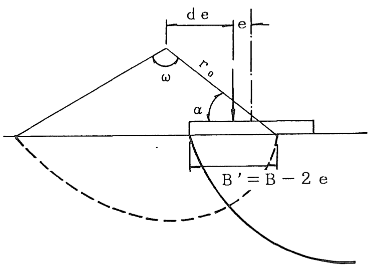
ただし，$m=b'/b=B'/B=(B-2e)/B$

なる関係が得られる。上式は，偏心荷重時の支持力が有効載荷幅を $B'=B-2e$ とする中心荷重時の支持力と等価である，とする Meyerhof の便法を説明した形になっている。適用範囲は図－5に示したように $\phi\geqq 20°$であるが，この関係は傾斜荷重に対しても成立っている。

ところで，偏心荷重に対する支持力計算では，図

ー6の破線のように基礎途中から発生する偏心側へのすべりを想定することが多い。このとき，すべり線の始点を基礎左端から有効幅B′測った位置に設定すると，荷重のアーム長deは式(14)と同形になる。すなわち，偏心側のすべり（破線）を想定する場合は載荷幅をB′，本論のように偏心の逆側のすべり（実線）を想定する場合は載荷幅をBにとれば両者の結果は一致することになる。Meyerhofの有効幅B′に関する便法は，上記の意味でも合理性が高いことが示される。

図ー7は式(18)，(20)，(22)でm＝1（中心荷重）とし，傾斜角δを変化させたときの支持力係数の変動を調べたものである。各図の縦軸は鉛直荷重時（$\delta=0°$）に対する傾斜荷重時の支持力係数を比率で表しており，実用式で用いられる傾斜係数に対応する。すなわち，傾斜荷重を含む支持力計算については，



図ー6　偏心載荷時のすべり線

Meyerhofが式(3)の修正として次のような実用式を提案している[1)]。

$$qu = cNcdcic + p_0Nqdqiq + (\gamma B/2)N\gamma d\gamma i\gamma \qquad (31)$$

Nc，Nq，Nγ：Terzaghi解（表ー1）
dc，dq，dγ：深さ係数
ic，iq，iγ：傾斜係数

	$\phi=0°$	$\phi\geqq10°$
dc	1＋0.2（Df/B）	1＋0.4（Df/B）
dq	1	1＋0.2（Df/B）
dγ	0	1＋0.6（Df/B）

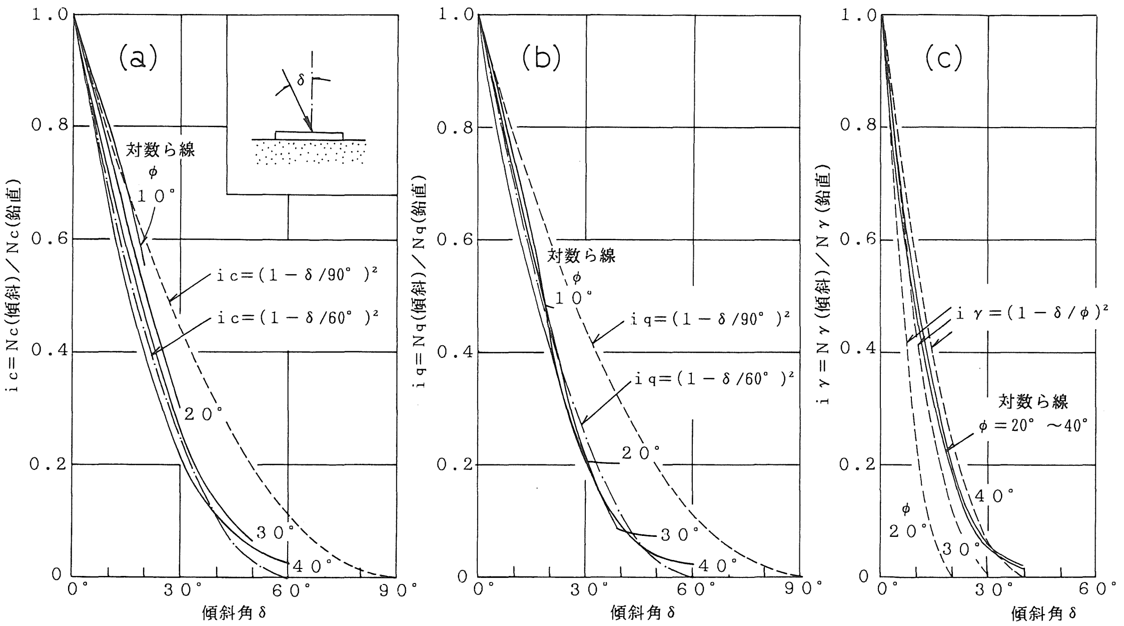
$$ic = iq = (1-\delta/90°)^2$$
$$i\gamma = (1-\delta/\phi)^2$$

図ー7で実線は対数ら線解，破線は上記実用式の傾斜係数であり，両者の変動傾向は大略類似していると言える。ただし，ic, iqについては，実用式で90°→60°とした一点鎖線の曲線

$$ic = iq \fallingdotseq (1-\delta/60°)^2 \qquad (32)$$

の方が対数ら線解と良く対応することが分かる。また，対数ら線解のiγはφの値にほとんど関係なく実用式のφ＝30°線とφ＝40°線の中間にプロットされるので

$$i\gamma \fallingdotseq (1-\delta/35°)^2 \qquad (33)$$



図ー7　傾斜係数

表3 傾斜荷重時の支持力値の比較

δ (°)	Df/B (p_0)	φ (°)	qs_1	qs_2 (qs_2/qs_1)	qpr (qpr/qs_2)	qcq	qm (qm/qcq)
10	0.0 (0.0)	0	22.6	22.6 (100)	22.6 (100)	22.6	20.2 (90)
		10	45.5	40.9 (90)	38.1 (93)	36.8	31.3 (85)
		20	110	102 (93)	81.2 (80)	65.7	55.1 (84)
		30	343	326 (95)	236 (72)	134	107 (79)
		40	1549	1505 (97)	1019 (68)	337	249 (74)
	0.5 (10.0)	0	29.4	32.6 (111)	32.6 (100)	32.6	28.4 (87)
		10	64.9	59.8 (92)	69.2 (116)	55.6	71.3 (128)
		20	165	156 (95)	164 (105)	120	111 (92)
		30	512	487 (95)	487 (100)	296	225 (76)
		40	2160	2075 (96)	1993 (96)	907	565 (62)
20	0.0 (0.0)	10	28.6	25.6 (90)	29.2 (114)	25.2	21.6 (86)
		20	62.3	54.7 (88)	53.5 (98)	44.9	33.7 (75)
		30	174	161 (93)	135 (84)	87.5	65.7 (75)
		40	691	663 (96)	574 (87)	205	151 (74)
	0.5 (10.0)	10	—	38.3 (—)	53.0 (138)	37.9	26.7 (70)
		20	94.6	86.3 (91)	114 (132)	76.4	124 (163)
		30	278	263 (95)	314 (119)	189	167 (88)
		40	1055	1006 (95)	1258 (125)	548	343 (63)

注） 支持力の単位：tf/m², （ ）内は百分率

と考えてよいように思われる。なお，対数ら線解では，$\delta>\phi$ の範囲で解が不安定になったり，基礎幅内にすべり線が収れんして非現実的な解になる場合があるが，これらは基礎の横すべりに対応するものと考えられ，図のプロットから除外している。

表―3は，表―2と同じ条件($c=5$tf/m², $\gamma=2$tf/m³, $B=10$m)で，傾斜角を $\delta=10°$, $20°$とした場合の各種支持力解を比較したものである。前と同様に qs_1(直接計算)，qs_2(重合わせ計算)および qcq (c, p_0のみの重合わせ計算)が対数ら線解，qm が qcq と対比される Meyerhof 解であり，qpr は式(31)の実用式による値を示している。表から次のことが言える。

1）対数ら線解の重合わせ性は鉛直載荷(表―2)より若干悪くなるが，大きくても10%程度の差であり，実用上の支障はない。

2）対数ら線は実用式とも比較的よく対応する。φ 大なるに従って支持力比率が減少する傾向は鉛直載荷での比較と同様であるが，対数ら線解では傾斜係数が小さ目に出るので(図―7)，減少の仕方は小さい。むしろ，実用式では深さ係数による割増しを考えるので，Df/B が大きいと支持力値を大き目に評価する傾向にある。

3）対数ら線解と Meyerhof 解の対応関係は鉛直載荷時と類似しており，その差も同程度である。

3・3 深い基礎の支持力

対数ら線解における深い基礎の支持力 qud は，粘着力項と自重項だけで構成されるから，各項の支持力係数を Nc, Nγq と置いて，形式的に次式の線形結合で表示することができる。

$$qud = cNc+(\gamma B/2)N\gamma q \tag{34}$$

ただし，この場合の Nc, Nγq は1つの φ に対して最早一定ではなく，根入れ深さ Df/B の関数で与えられる。

図―8は粘土地盤（$\phi=0°$）について，Nc および

深さ係数 dc と根入れ深さ Df/B の関係を調べたものである。a）図は Nc に関する対数ら線解と Meyerhof 解の比較であり，基礎側面が滑らかな場合（付着力：ca＝0）を実線で，完全に粗な場合（ca＝0）を破線で示している。対数ら線解において付着力 ca を考慮する場合は，すべり土塊に対して下向きに作用するせん断力（図－4 のパターンⅠでは caDf，パターンⅡでは caDe）を側面上で考え，これの点O回りのモーメントをつり合い式に付加すればよい。図によると，対数ら線解では付着力の影響がほとんど現われないが，これは式(6)から推定されるように，Qc の極小値を与える極の位置が ca を考慮した場合でも基礎側面近傍に収れんするためと考えられる。対数ら線解と Meyerhof 解を比較すると，Df/B＝1.2程度まで両者の Nc は良く一致しているが，深い基礎（図－4 のパターンⅡ）となる限界の Df/B や，その時の Nc 値は，下表にまとめたように若干の差が見られている。

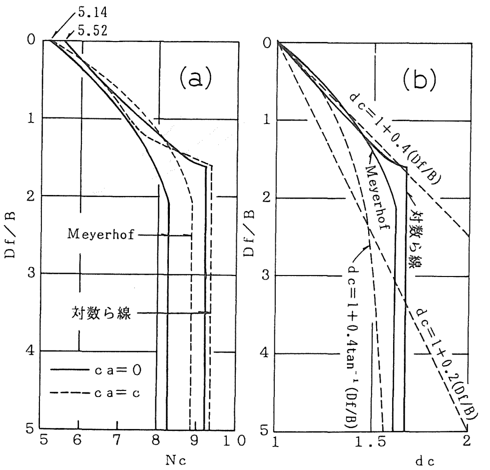
	深い基礎の Df / B	Nc	
		ca＝0	ca＝c
対数ら線	1.6	9.21	9.32
Meyerhof	約 2	8.28	8.85

図－8 b）は深さ係数 dc に関して，対数ら線解，Meyerhof 解および経験式を比較したものである。前2者の dc 値は，a）図の Nc 分布を Df＝0 の Nc 値（対数ら線解では Nc＝5.52，Meyrhof 解では Nc＝5.14）で除して求められるが，図には安全側の値として ca＝0 の場合だけを示している。破線は各種経験式における dc 分布であるが，このうち通常良く用いられるのは

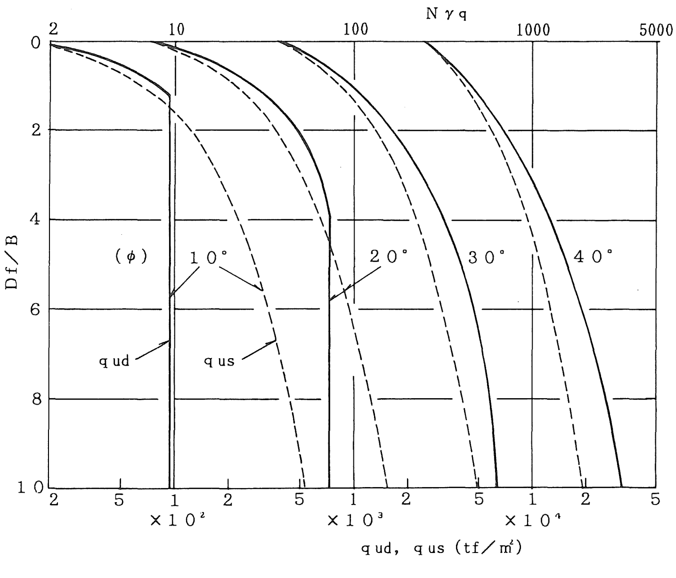
① dc ＝ 1＋0.2(Df/B)　　　(Df/B≦1)

② dc ＝ 1＋0.4tan⁻¹(Df/B)　　　(Df/B＞1)

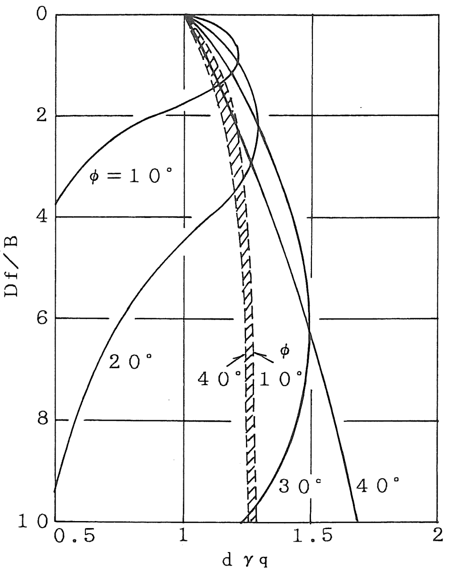
である[6]。式①は式(31)の $\phi=0°$ の場合に相当するが，対数ら線解や Meyerhof 解は Df/B≒1.5まで，むしろ $\phi≧10°$ の dc＝1＋0.4(Df/B) に近いと考えてよい。また，式②も Df/B が小さい範囲では両解析解よ



図－8　深い基礎の支持力（$\phi=0$）



図－9　深い基礎の支持力（c＝0）



図—10　深さ係数（c=0）

り小さ目であるが，Df/B →∞においては，下表に見られるように3者の値が大略一致することが分かる。

	式②	対数ら線	Meyerhof
dc (Df/B→∞)	1.63	1.67	1.61

図—9は砂地盤（c=0）で $\gamma=2\mathrm{tf/m^3}$，B=10m とした場合について，対数ら線解の支持力値と根入れ深さ Df/B の関係を調べたものである。実線は深い基礎の解を用いて直接計算した値（qud）であるが，式(34)の関係から，qud の1/10に対応する数値が Nγq を与えることは自明である。一方，破線は浅い基礎の式(3)において根入れ効果を $p_0=\gamma Df$ として取り入れ，表—1の本法の支持力係数を用いて重合わせ計算した値（qus）である。両者の比較によって浅い基礎の解がどの程度の深さまで流用できるかが判断できるが，図を見るかぎりでは，深い基礎となる限界の Df/B までは（ϕ 小なるほど）両者の差が小さいことが知れる。

図—9の qud と qus の比は

$$d\gamma q=\frac{qud}{qus}=\frac{\gamma BN\gamma q/2}{\gamma DfNq+\gamma BN\gamma/2}$$

$$=\frac{N\gamma q}{2(Df/B)Nq+N\gamma} \tag{35}$$

と表され，自重項に関する深さ係数とみなすことができる。これを dγq～Df/B 関係として図—10に実線で示した。一方，式(31)から，qud は深さ係数 dq, dγ を用いて形式的に

$$qud=\gamma DfNqdq+(\gamma B/2)N\gamma d\gamma$$

と表されるので，これを式(35)の qud に置き換えると，dq と dγ の重み付き平均としての深さ係数が次式のように定義される。

$$d\gamma q=\frac{2(Df/B)Nqdq+N\gamma d\gamma}{2(Df/B)Nq+N\gamma} \tag{36}$$

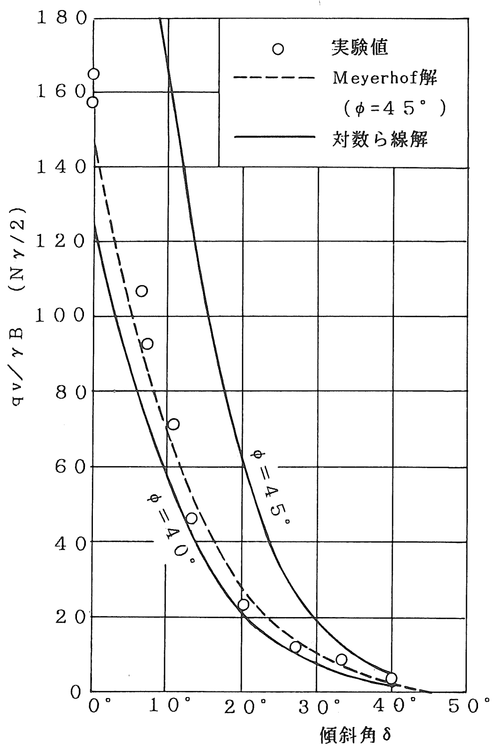
図—10のハッチ線は上式で dγ=1とし，dq に半経験式[6]

$$dq=1+0.2\tan^{-1}(Df/B) \tag{37}$$

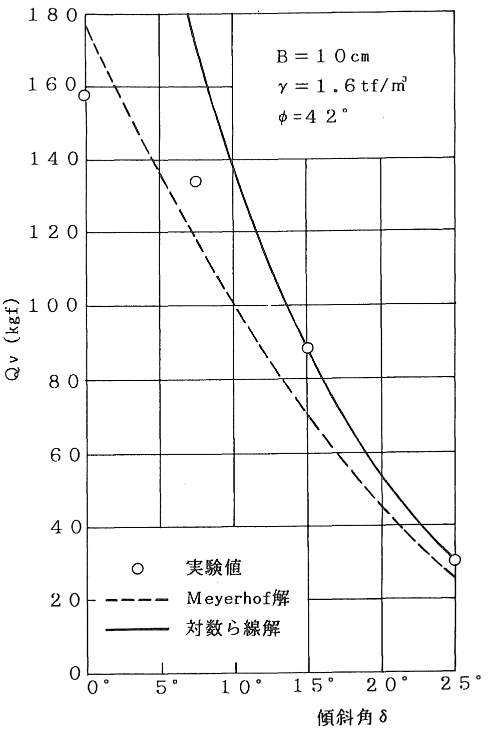
を用いて計算したものであるが，$\phi=10°$～$40°$の範囲で dγq の変化は極めて小さく，かつ dγq≒dq とみなしてよい。図によると，実線の分布はかなり複雑であり，一定の傾向がうかがえないが，ϕ 大で Df/B が小さい範囲では経験式とある程度の対応を示していると言える。なお，dq については Df/B≦1の範囲で

$$dq=1+(Df/4B)\tan\phi \tag{38}$$

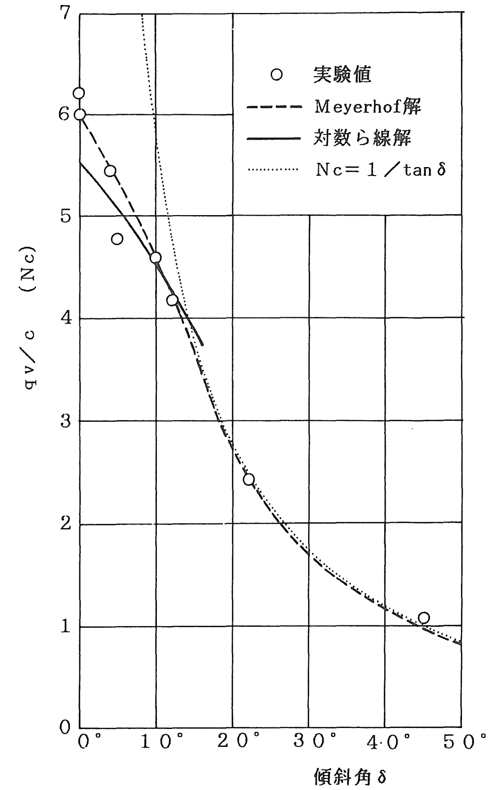
なる実用式も提案されているが[6]，上式を用いると ϕ 大なるほど dγq が大きくなり，実線やハッチ線の分布と傾向的に一致しないようである。



図—11　実験値との比較（砂地盤，Meyerhof）



図―12　実験値との比較（砂地盤，Saran ら）



図―13　実験値との比較（粘土地盤，Meyerhof）

4．実験値との比較

鉛直・中心載荷時の支持力については，異方性地盤の問題を含めて，種々の解析法による計算値と実験値の比較論議が試みられている[7)-9)]。しかし，進行性破壊や寸法効果の問題など，実験的にも未解明な事項が山積しているため，未だ定性的な比較に止まっているのが現状と思われる。以下では，傾斜載荷時の支持力に関する二，三の実験例を取上げ，対数ら線解との対応性を調べてみる。

図―11は Meyerhof が行った砂地盤（$c=0$）に対する傾斜載荷試験の結果であり[4)]，正規化した鉛直支持力 $qv/\gamma B(=N\gamma/2)$ と傾斜角 δ の関係を示している。Meyerhof は◯印の実験値に対して $\phi=45°$ の解析解（Meyerhof 解；破線）をあてはめると，両者が極めて良く一致すると述べている。図中の２つの実線は $\phi=40°$，$45°$ とした場合の対数ら線解である。Meyerhof が用いた $\phi=45°$ では対数ら線解が２～４倍程度過大な値を与えるが，$\phi=40°$ の場合はかなり整合性の良い結果が得られている。このように ϕ 大なる材料では，ϕ 値の微小変化によって支持力値が大きく変動するので，実験値と計算値との対応性を調べる場合は ϕ 値に対する入念な吟味が必要とされよう。

図―12は Saran ら[10)]が砂地盤に対して同種の実験を行った結果であり，実験地盤と同密度の材料について $\phi=42°$ を得たことに基づいて，Meyerhof 解（破線）と実験値との対応性を調べている。実線は同じ $\phi=42°$ を用いた対数ら線解である。傾斜角 δ が小なる範囲で対数ら線解は過大評価の傾向にあるが，δ が大きくなるに従って実験値と良く対応するようである。

図―13は Meyerhof が粘土地盤（$\phi=0°$）を対象に傾斜載荷試験を行った結果であり，正規化した鉛直支持力 $qv/c(=Nc)$ と傾斜角 δ の関係を示している。◯印の実験値に対して $\phi=0°$ の Meyerhof 解が破線で描かれているが，両者は極めて良く一致している。傾斜載荷においては，傾斜角 δ が大きくなるにつれ基礎の滑動（横すべり）が生じ易くなる。滑動の条件は，基礎と地盤の間の付着力を ca，接触摩

擦角をηとすると

$$qh = qv\tan\delta = ca + qv\tan\eta \tag{39}$$

であるから，滑動が生じたときの鉛直支持力 qv は

$$qv = ca/(\tan\delta - \tan\eta) \tag{40}$$

で与えられる。粘土地盤では ca≒c，$\eta \fallingdotseq \phi = 0°$とみなしてよいから，上式より更に

$$Nc = qv/c = 1/\tan\delta \tag{41}$$

を得る。この Nc～δ関係を図中に点線で示したが，Meyerhof 解はδ≧約15°で滑動時の支持力値に移行することが知れる。一方，実線で示した対数ら線解にも同種の傾向が見られ，δ≧約15°では滑動によって解の収束や不安定になる。しかし，δ小なる範囲では実験値や Meyerhof 解と比較的よく対応することが分かる。

5．まとめ

本研究で得られた知見をまとめると，以下のようになる。

(1) 対数ら線解の与える支持力係数のうち，Nc と Nq については従来解と比較的よい対応が見られた。特に Terzaghi 解とは幅広いϕの値に対して実質的に差がないとみてよい。しかし，Nγについてはϕ大なるに従って過大評価の傾向が見られ，従来解と2倍以上の差が示された。

(2) 対数ら線解を用いた直接計算と重合わせ計算の比較では，両者の差が最大でも5％程度（傾斜載荷時は10％程度）であり，支持力算定における重合わせ計算の妥当性が確かめられた。

(3) 偏心載荷時の支持力計算における Meyerhof の有効幅（B′＝B－2e）に関する便法は，対数ら線解を用いて解析的に説明することができ，合理性の高いことが示された。

(4) 傾斜荷重に対する対数ら線解は Meyerhof 解や実用式と比較的よく対応する。また，実験値との比較においても実用上十分な精度で合致することが認められた。

(5) Df/B＞1の深い基礎に対しては，対数ら線を根入れ部まで延長し，浅い基礎と同様な手法を用いれば，Meyerhof 解などと良く対応する解が得られていることが示された。

参考文献

1）土質工学ハンドブック(1982年版)：第9章支持力，土質工学会，東京，pp.303-343，1982.

2）Nakase, A.: Bearing Capacity of Soils with Undrained Shear Strength Increasing with Depth, Technical Report No.37, Dept. of Civil Eng., Tokyo Inst. of Tech., pp.83-102, 1987.

3）今泉繁良・山口柏樹：分割法による地盤の支持力計算法，土質工学会論文報告集，第26巻，第2号，pp.143-150，1986.

4）Meyerhof, G. G.: The Bearing Capacity of Foundations under Eccentric and Inclined Loads, Proc. 3rd ICSMFE, Vol.1, pp.440-445, 1953.

5）寺師昌明・北詰昌樹・大橋照美・小竹望：偏心傾斜荷重を受ける帯基礎の破壊パターン，第19回土質工学研究発表会講演集，pp.953-956，1984.

6）山口柏樹：土質力学（全改訂），技報堂，東京，pp.253-295，1984.

7）木村孟・斎藤邦夫・日下部治・司代明：砂地盤の支持力ならびに変形性状に関する異方性の影響について，土木学会論文報告集，第319号，pp.105-113，1982.

8）Oda, M. and Koishikawa, I.: Effect of Strength Anisotropy on Bearing Capacity of Shallow Footing in a Dense Sand, S & F, Vol.19, No.3, pp.15-27, 1979.

9）成田国朝・山口柏樹：異方性砂地盤の支持力解析，第22回土質工学研究会発表会講演集，pp.1121-1122，1987.

10）Saran, S., Parakash, S. and Murty, AVSR: Bearing Capacity of Foothings under Inclined Loads, S & F, Vol.11, No.1, pp.47-52, 1971.

（受理　昭和63年1月25日）