



空気透過法における Kozeny-Carman 定数について

大井 孝 和

On Kozeny-Carman Constant for the Gas Flow through Particulate Media

Takakazu OOI

1 コンクリート中にある骨材（砂利および砂）の充填状態が、まだ固まらないコンクリートならびに硬化後のコンクリート諸特性に大きな影響を及ぼすことはよく知られているが、分散した骨材粒子とその間隙に位置するセメントペースト領域の形態を、少数の集約されたパラメータによって定量的に表現し、それらをコンクリートの複雑な挙動の解明に役立てようとする試みはそれほど多くはない。

そのような目的のために、容器に充填した粉体の空隙構造をモデル化し、粒体の比表面積、平均粒径などを測定する空気透過法の理論が利用できそうである。ここでは、空気透過法の理論を概観し、その要点をなす Kozeny-Carman 定数について若干の考察を加える。

2 円筒状の試料容器に充填した粉体試料層の上から下へ流体（空気）が透過するものとする。粉体試料層の厚さを l (cm)、断面積を A (cm^2)、重量を W (g)、粉体の密度（真比重）を ρ 、試料層の空隙率を ϵ 、但し、 $\epsilon = 1 - (W/\rho A l)$ 、 t 秒間に試料容器を通過する空気の体積を Q (cm^3) としよう。

ここで、充填された粉体粒子間の空隙を等価並列毛管系にモデル化し、Poiseuille の定理を適用する。いま、並列毛管系のうちの1本の毛細管の通路には曲折があるので、その延長を l_e (cm)、等価の毛管半径を m (cm)、毛細管の両端の圧力差を $\Delta P \cdot g$ (但し、 ΔP はマンメーターから読取る水頭、cm) とすると、その毛細管内を t 秒間に流れる流体の量 v (cm^3) は Poiseuille の定理により次式のように与えられる。

$$v = \frac{\pi \Delta P \cdot g}{8\eta l_e} m^4 t \quad \dots\dots\dots(1)$$

但し、 η は流体の粘性係数で、気温 20°C の乾燥空気に対し、 $\eta = 1.82 \times 10^{-4}$ (ポアズ) である。

等価毛細管半径 m には次のような定義を採用する。

$$\begin{aligned} m &= \frac{\text{毛管の断面積}}{\text{毛管の周長}} \times \text{形状係数} \\ &= \frac{\text{毛管の断面積} \times l_e}{\text{毛管の周長} \times l_e} \times \text{形状係数} \\ &= \frac{\text{毛管の内容積}}{\text{毛管内の表面積}} \times \text{形状係数} \\ &= \frac{\text{空隙率}}{\text{単位容積中の粉体の表面積}} \times \text{形状係数} = \frac{\epsilon}{S_o} f \quad \dots(2) \end{aligned}$$

S_o を単位重量当りの粉体の表面積 S_w (比表面積、 cm^2/g) で表わすと：

$$S_o = \rho(1-\epsilon)S_w \quad \dots\dots\dots(3)$$

であるから、

$$\therefore m = \frac{\epsilon \cdot f}{\rho(1-\epsilon)S_w} \quad \dots\dots\dots(4)$$

形状係数 f の値を平面図形でみると、円に対して $f=2$ となり、一般の断面形では2よりも大きい値をとる。また、正多角形に対して $f=2$ とおけば内接円の半径が得られることからわかるように、角張りの大きい不整形な断面ほど、(断面積)/(周長)の、同じ断面積を持つ円の半径に対する比が小さくなり、 f の値は大きくならねばならない。

等価毛細管1本当りの内容積を $\pi m^2 l_e$ とすれば、試料層中 (断面積 A cm^2) に含まれる毛細管の本数 n は：

$$n = \frac{\epsilon A}{\pi m^2} \left(\frac{l}{l_e} \right) \quad \dots\dots\dots(5)$$

故に、 t 秒間に試料層を通過する流体の体積 Q は：

$$\begin{aligned} Q &= nv = \frac{\epsilon A l}{\pi m^2 l_e} \cdot \frac{\pi \Delta P \cdot g}{8\eta l_e} m^4 t \\ &= \frac{\epsilon}{8\eta} \Delta P \cdot g \frac{A}{l} \left(\frac{l}{l_e} \right)^2 m^4 t \quad \dots\dots\dots(6-a) \end{aligned}$$

(6-a) 式に(4)式を代入すれば、

$$Q = \frac{f^2}{8\eta} \left(\frac{l}{l_e} \right)^2 \Delta P \cdot g \frac{A}{l} t \frac{\epsilon^3}{\rho^2 (1-\epsilon)^2 S_w^2} \quad \dots\dots\dots(6-b)$$

$$\text{ここで、} \quad \frac{8}{f^2} \left(\frac{l_e}{l} \right)^2 = k \quad \dots\dots\dots(7)$$

とおけば、(6-b) 式から粉体の比表面積を求める周知の

Kozeny-Carman 式が得られる。すなわち、

$$Sw = \frac{1}{\rho} \sqrt{\frac{\Delta P \cdot gAt}{k \eta l Q} \cdot \frac{\epsilon^3}{(1-\epsilon)^2}} \dots\dots\dots(8)$$

(8)式の k が Kozeny-Carman 定数と呼ばれるもので、Carman によって実験的に慣用値を 5 と定められている。

(6-a) 式から等価毛細管半径 m は：

$$m = \sqrt{8 \left(\frac{le}{l}\right)^2 \frac{\eta l Q}{\Delta P \cdot gAt} \cdot \frac{1}{\epsilon}}$$

$$= C \sqrt{\frac{n}{\Delta P \cdot g} \cdot \frac{lQ}{tA} \cdot \frac{1}{\epsilon}} \dots\dots\dots(9)$$

但し、 $C = 2\sqrt{2} \left(\frac{le}{l}\right)$

(5)式より等価毛細管 1 本当りの試料断面積 a(cm²) を求めると：

$$a = \frac{A}{n} = \frac{\pi m^2}{\epsilon} \left(\frac{le}{l}\right) \dots\dots\dots(10)$$

粉体試料の平均粒径に相当する等価毛細管の間隔に注目し、モデル化した粉体粒子の配列を立方格子と考えれば、 $d = \sqrt{a}$ ……(11-a)

また、六方格子と考えれば、間隔 d は：

$$d = 1.075 \sqrt{a} \dots\dots\dots(11-b)$$

となる。

3

図-1 は Kozeny-Carman 定数の意味を与える

(7)式の関係を示したものである。すなわち、通直な円断面の毛細管に対しては、 $le/l = 1$ 、 $f = 2$ より $k = 2$ となり、それより毛細管の断面形が悪くなるほど、また管の屈曲が大となるほど、k の値は大きくなる。

図-1 によれば、Kozeny-Carman 定数の慣用値 $k = 5$ は、管の屈曲度 (le/l) をかなり大きく見積っているこ

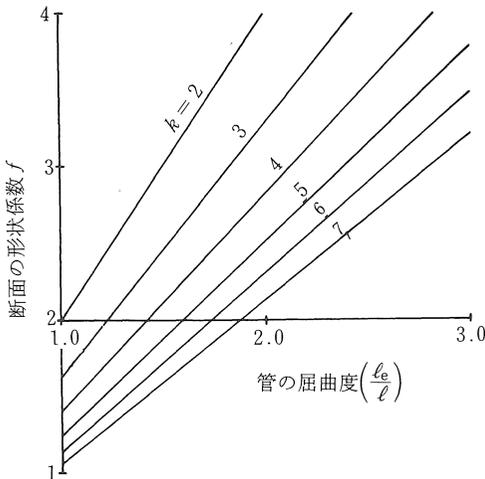


図-1 (7)式のグラフ

とになり、仮りに $f = \sqrt{8} = 2.83$ とすれば $(le/l) = \sqrt{5}$ 、 $f = 2.53$ とすれば $(le/l) = 2$ 、 $f = 2.19$ でようやく $(le/l) = \sqrt{3}$ という値が対応する。

なお、(7)式の左辺が慣用値として定数となり得るということは、等価毛細管モデルにおいて、管の屈曲と内壁面の凹凸の度合いとの間にある一定の関係が存在すると見なしてよいことを示しているものと思われる。

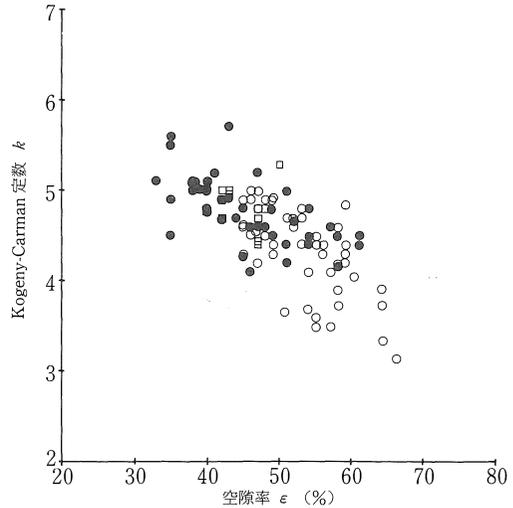


図-2 試料の空隙率 ϵ による定数 k の変化 (白丸はポルトランドセメント試料、白角印は骨材試料、黒丸は混合試料を表わす)

(7)式からも予想される通り、この定数 k の値が、粉体試料層の空隙率 ϵ に大きく影響されることは、今回試作した空気透過装置による実験結果からも明らかにすることができた。図-2 は、ポルトランドセメントと骨材の微細粒子を試料として行なった実験結果について得られたその関係を示すものである。試料の普通ポルトランドセメントは Blaine 法による比表面積が 3360 (cm²/g)、骨材の微細粒子とは天竜川産川砂の 0.15mm ふるいを通じた成分で、その比表面積は空隙率 ϵ の影響を Blaine 法と同じ条件に修正した後の値で 440 (cm²/g) であった。

参考文献

- 1) 久保輝一郎編「粉体 理論と応用」改訂 2 版、§5、§6、丸善、1979
- 2) 井伊谷鍋一編「粉粒体計測ハンドブック」§6、§18、日刊工業新聞社、1981

(受理 昭和59年 1月17日)