

円管内乱流への熱伝達について

(第2報 非定常状態)

渡辺 修・進藤 益男

On the Heat Transfer for Turbulent Flow in Tubes

(II. Non-steady State)

Osamu WATANABE, Masuo SHINDO

管壁内に一様なステップ状発熱が生じた場合の円管内乱流への熱伝達の計算とそれに対応する実験を行い両者を対比させた結果本報文の方法による数値計算はほぼ適当であることを認めた。また数値計算により非定常状態におけるヌセルト数と流体に流入する熱流束の変化におよぼす数種のパラメーターの影響を検討した。

1. 緒言

円管内の乱流に対する熱伝達の問題は熱交換器等の設計において最も基本的なものであり従来から多くの研究者によって検討がなされてきた。

これらの研究の多くは熱的にも流体力学的にも発達した状態を対象としており事実それで十分であった。しかしながら近年たとえば原子炉の安全性を評価する際、定常状態のみではなく非定常状態の熱伝達を考慮に入れることが必要となっている。このような問題については Siegel⁽¹⁾が層流に対して、また乱流に対して Sparrow⁽²⁾らが壁温を変化させた場合について行っている。また河村^{(3),(4)}は二重円管内乱流への非定常熱伝達の解析とそれに伴う実験⁽⁵⁾を行っている。

ここでは前報⁽⁶⁾と同様に円管内の発達した乱流を考えさらに管壁の肉厚も考慮に入れた非定常熱伝達の数値計算と実験を行い数種のパラメーターの影響を検討する。

2. 記号

T : 温度

T_i : $x = 0$ における温度

Q_G : 流体の重量流量

Re : レイノルズ数

Pr : プラントル数

Nu : ヌセルト数

a : 温度伝導度

c_p : 定圧比熱

g : 重力加速度

h : 熱伝達率

k : 熱伝導率

q : 熱流束

q_0 : 単位体積、時間あたりの発熱量

r : 半径座標

r_0 : 管内径

r_1 : 管外径

r^+ : $r\sqrt{\tau_w/\rho_f}/\nu$ ($r < r_0$)

r_w^+ : r/r_0 ($r > r_0$)

t : 時間

u : 流速

u^+ : $u/\sqrt{\tau_w/\rho_f}$

x : 加熱開始点から測った管軸方向座標

x^+ : $x/2r_0$

y : $r_0 - r$

y^+ : $y\sqrt{\tau_w/\rho_f}/\nu$

γ : $1/Pr + \epsilon_H/\nu$

ϵ_H : 渦温度伝導度

ϵ_M : 渦粘性係数

θ : $(T - T_i)/(q_0 r_0^2/k_f)$

ν : 動粘性係数

ρ : 密度

τ_w : 壁面せん断応力

添字

0 : 管内壁における値

1 : 管外壁における値

f : 流体

w : 管壁

st : 定常状態における値

3. 理論

座標系を図1のようにおく。流体は左側から右側へ発達した乱流として流れる。流体および壁の温度は $x = 0$ においてはすべての t に対して T_i (一定) であり、 $t < 0$ では発熱はなく $t \geq 0$ で $x \geq 0$ の部分にステップ状

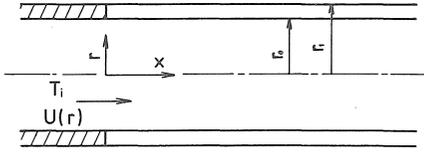


図 1 座標系

に壁内で一様な発熱が起こるものとする。

流体側にエネルギー保存則を適用すると

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left\{ r (a_f + \varepsilon_H) \frac{\partial T}{\partial r} \right\} \quad (1)$$

ここで x 方向への伝導伝熱の項および粘性による消散エネルギーは省略してある。また流体の物性値は一定であると仮定している。

一方、管壁内のエネルギー式はやはり x 方向の伝導伝熱を無視すると

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a_w \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{q_w}{C_{p,w} \rho_w g} \quad (2)$$

境界条件は加熱開始点、管外壁、管内壁および管中心においてそれぞれ次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} T(0, r, t) &= T_i \\ \frac{\partial T}{\partial r}(x, r_1, t) &= 0 \\ k_w \frac{\partial T}{\partial r}(x, r_0, t)_w &= k_f \frac{\partial T}{\partial r}(x, r_0, t)_f \\ \frac{\partial T}{\partial r}(x, 0, t) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

このうち第 2 式は管外壁は断熱であるという仮定による。

式(1)を無次元形で表わすと

$$\frac{\partial \theta}{\partial t^+} + \frac{r_0^+ u^+}{2} \frac{\partial \theta}{\partial x^+} = \frac{r_0^{+2}}{r^+} \frac{\partial}{\partial r^+} \left(r^+ \gamma \frac{\partial \theta}{\partial r^+} \right) \quad (4)$$

ここで $\gamma = (a_f + \varepsilon_H) / \nu = 1 / Pr + \varepsilon_H / \nu$ である。

同様に式(2)は

$$\frac{\partial \theta}{\partial t^+} = \frac{1}{Pr} \frac{a_w}{a_f} \frac{1}{r_w^+} \frac{\partial}{\partial r_w^+} \left(r_w^+ \frac{\partial \theta}{\partial r_w^+} \right) + \frac{1}{Pr} \frac{k_f}{k_w} \frac{a_w}{a_f} \quad (5)$$

境界条件(3)は

$$\left. \begin{aligned} \theta_{f,w}(0, r^+, t^+) &= 0 \\ \frac{\partial \theta}{\partial r_w^+}(x^+, r_1^+, t^+)_w &= 0 \\ \frac{k_w}{k_f} \frac{\partial \theta}{\partial r_w^+}(x^+, r_0^+, t^+)_w &= \frac{\partial \theta}{\partial r^+}(x^+, r_0^+, t^+)_f \\ \frac{\partial \theta}{\partial r^+}(x^+, 0, t^+) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

式(4)の u^+ は前報と同様に流れは発達しているとの仮定から Spalding の式⁽⁷⁾を用いて表わす。

$$y^+(u^+) = u^+ + A \left\{ \exp(Ku^+) - 1 - Ku^+ - \frac{1}{2}(Ku^+)^2 - \frac{1}{6}(Ku^+)^3 - \frac{1}{24}(Ku^+)^4 \right\} \quad (7)$$

ここで $A = 0.0991$, $K = 0.407$ である。

渦温度伝導度 ε_H は次のように仮定する⁽⁸⁾

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_H &= \varepsilon_M \\ \frac{\varepsilon_M}{\nu} &= \frac{1}{du^+/dy^+} - 1 \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

さらに式(4)において計算時間を短縮するため独立変数 r^+ を u^+ に変換すると

$$\frac{\partial \theta}{\partial t^+} + \frac{r_0^+ u^+}{2} \frac{\partial \theta}{\partial x^+} = \frac{r_0^{+2}}{r^+ g(u^+)} \frac{\partial}{\partial u^+} \left\{ r^+ \gamma \frac{\partial \theta}{\partial u^+} \right\} \quad (9)$$

ここで

$$g(u^+) = dy^+/du^+ \quad (10)$$

である。

境界条件は

$$\left. \begin{aligned} \theta(0, r_w^+, t^+) &= 0 \\ \theta(0, u^+, t^+) &= 0 \\ \frac{\partial \theta}{\partial r_w^+}(x^+, r_1^+, t^+)_w &= 0 \\ \frac{k_w}{k_f} \frac{\partial \theta}{\partial r_w^+}(x^+, r_0^+, t^+)_w &= \frac{\partial \theta}{\partial r^+}(x^+, r_0^+, t^+)_f \\ \frac{\partial \theta}{\partial u^+}(x^+, u_0^+, t^+)_f &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

このうち第 4 番目の式の右辺は u^+ を r_w^+ に変換してある。

式(9)において

$$C(u^+) = \frac{r_0^+ u^+}{2} \quad (12)$$

$$D(u^+) = \frac{r_0^{+2}}{r^+ g(u^+)} \quad (13)$$

$$G(u^+) = \frac{r^+(u^+) \gamma}{g(u^+)} \quad (14)$$

とすると

$$\frac{\partial \theta}{\partial t^+} + C(u^+) \frac{\partial \theta}{\partial x^+} = D(u^+) \frac{\partial}{\partial u^+} \left\{ G(u^+) \frac{\partial \theta}{\partial u^+} \right\} \quad (15)$$

式(15)を差分表示すると

$$\left\{ \frac{1}{\Delta t^+} + \frac{C_j}{\Delta x^+} + \frac{D_j}{\Delta u^{+2}} (G_{j+\frac{1}{2}} + G_{j-\frac{1}{2}}) \right\} \theta_{i+1, j, k+1} - \frac{D_j G_{j+\frac{1}{2}}}{\Delta u^{+2}} \theta_{i+1, j+1, k+1} - \frac{D_j}{\Delta u^{+2}} G_{j-\frac{1}{2}} \theta_{i+1, j-1, k+1} = \frac{1}{\Delta t^+} \theta_{i+1, j, k} + \frac{C_j}{\Delta x^+} \theta_{i, j, k+1} \quad (16)$$

また管壁内の式、式(5)は

$$\begin{aligned} & -\frac{1}{Pr} \frac{a_w}{a_f} \left(\frac{1}{\Delta r_w^{+2}} + \frac{1}{r_w^+ \Delta r_w^+} \right) \theta_{j+1, k+1} + \left(\frac{1}{\Delta t^+} \right. \\ & \left. + \frac{2}{\Delta r_w^{+2}} \frac{1}{Pr} \frac{a_w}{a_f} + \frac{1}{r_w^+ \Delta r_w^+} \frac{1}{Pr} \frac{a_w}{a_f} \right) \theta_{j, k+1} \\ & - \frac{1}{Pr} \frac{a_w}{a_f} \frac{1}{\Delta r_w^{+2}} \theta_{j-1, k+1} = \frac{\theta_{j, k}}{\Delta t^+} + \frac{1}{Pr} \frac{k_f}{k_w} \frac{a_w}{a_f} \end{aligned} \quad (17)$$

となる。ただし i, j, k はそれぞれ x^+, u^+, t^+ の格子点番号である。

式(16), (17)から管壁内および流体内の温度分布が $t^+ \geq 0$ について計算でき流体側へ流れこむ熱流束, 熱伝達率, ヌセルト数が次式から求められる。

$$q(x, t) = k_f \frac{\partial T}{\partial r}(x, r_0, t) \tag{18}$$

$$h(x, t) = \frac{q(x, t)}{T(x, r_0, t) - T_b(x, t)} \tag{19}$$

$$Nu(x, t) = \frac{h(x, t) \cdot 2r_0}{k_f} \tag{20}$$

ここで混合平均温度 T_b は

$$T_b(x, t) = \frac{\int_0^{r_0} T(x, r, t) u 2\pi r dr}{\int_0^{r_0} u 2\pi r dr} \tag{21}$$

である。

4. 実験装置および実験方法

実験装置は熱電対の取り付け方法とその数および流量の測定に浮子式流量計を用いたことを除いてほぼ前報⁽⁶⁾と同じである。熱電対は前報では管壁に垂直に感温部を取り付けたが熱電対素線への熱伝導のため若干指示温度が低くその応答が遅いと思われたため今回は管壁外面の円周方向に3mmほど沿わせてハンダ付けにより取り付けた。この方法は予備実験によって良好な結果を示すことが確認された。

実験方法は流れが定常になったのち管に電流をステップ状に直接通電し, 試験部の電圧降下と熱電対の出力をレコーダーで定常状態になるまで連続記録した。

実験は定常状態における熱流束 $1.2 \times 10^4 \text{ kcal/m}^2\text{h}$, 入口水温 18°C , レイノルズ数 $3280 \sim 11280$ で行った。

5. 実験および計算結果と考察

5・1 計算例

図2に計算結果の一例として管外壁の温度および式(18)で定義される熱流束と定常状態での熱流束 q_{st} の比の変

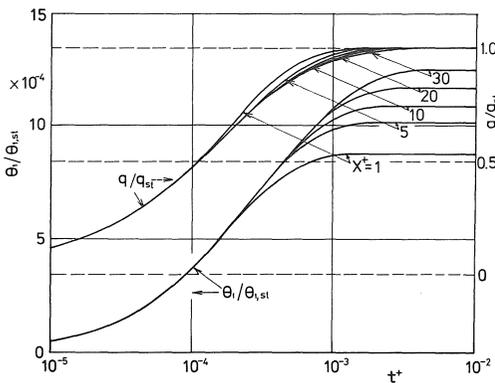


図2 計算例

化のようを示す。計算値はプラントル数1.0, レイノルズ数 10^5 , $a_f/a_w=0.01$, $k_f/k_w=0.05$, $r_1/r_0=1.10$ に対するものである。計算条件は流体内の分割数は20, 管壁内は10である。また Δt^+ と Δx^+ はそれぞれ t^+ および x^+ の増大にもなって増加する不均衡間隔さみを用いた。

発生した熱は t^+ の小さな時は管壁と流体の温度差が小さいため大部分が壁温の上昇に消費されるが壁温の上昇とともに流体側へ流れこむ量が大きくなっていく。また壁温は t^+ の初期には流体内の温度分布が管軸方向に一樣であるので x^+ による違いはないが t^+ の増大にもない x^+ の小さい方から流体内の温度分布が定常状態に移っていくため x^+ により定常値に達する時間が異なっているのがわかる。

5・2 実験結果と計算結果の比較

次に計算結果を確かめるため実験結果との比較を示す。

図3は定常状態における $x^+=30$ でのヌセルト数を示す。ただしここでヌセルト数は式(22)で定義するように管外壁温度を基準にして表わしたものである。

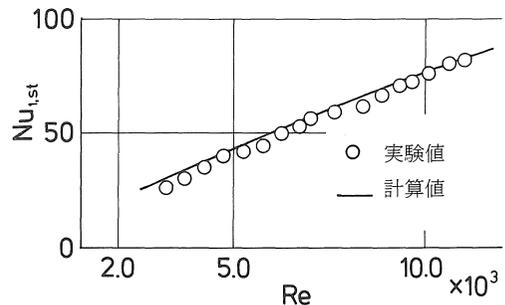


図3 定常状態におけるヌセルト数

$$\left. \begin{aligned} Nu_{1,st} &= \frac{h_{1,st} \cdot 2r_0}{k_f} \\ h_{1,st} &= \frac{q_{st}}{T_{1,st} - T_{b,st}} \end{aligned} \right\} \tag{22}$$

また実験値の整理に用いた混合平均温度は次式で求めた。

$$T_b(x)_{st} = \frac{2\pi r_0 q_{st}}{C_{pf} Q_G} x + T_i \tag{23}$$

本図から定常状態における計算結果と実験結果は約5%以内の範囲で一致することがわかる。

図4に $Re=3280, 7780, 11280$ の場合の $x^+=30$ における外壁温度の変化を, 図5に $x^+=2.86$ と30における壁温の変化を $Re=7780$ の場合について θ/θ_{st} の形で計算結果とともに示す。これらの図から非定常状態における実験結果も本論文の計算により表わされることがわかる。またレイノルズ数が小さいほど壁温の変動が大きいがこれはこの程度のレイノルズ数では渦温度

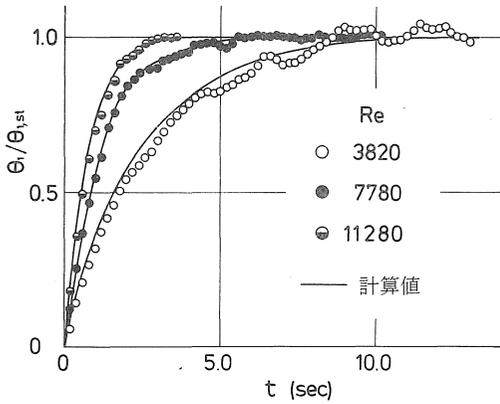


図4 非定常状態における管外壁温度 ($x^+ = 30$)

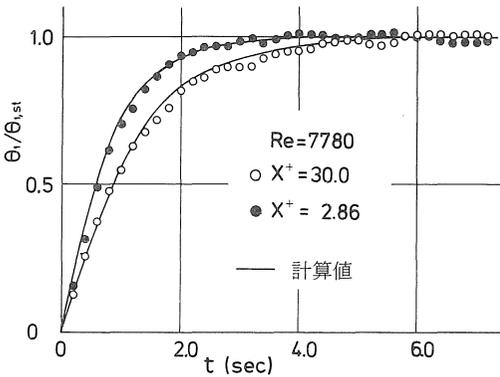


図5 非定常状態における管外壁温度

伝導度が局所的、時間的に一定になっていないためと思われる。

5・3 各パラメーターの影響

5・2により本計算法はほぼ妥当であると思われるので以下計算結果から非定常状態における各パラメーターの影響を検討する。図6～9に各パラメーターごとに式(20)で定義されるヌセルト数と式(18)の q のそれぞれの定常状態との比 Nu/Nu_{st} , q/q_{st} の変化のようすを $x^+ = 30$ について示す。これらの図の中にかかげてないパラメーターは次の値を用いた。

$Re = 10^5$, $Pr = 1.0$, $a_f/a_w = 0.01$, $r_1/r_0 = 1.10$

またパラメーターの変化の範囲は加圧水型原子炉で想定されるようなものを用いた。

図6はレイノルズ数の影響を示すものである。 Nu/Nu_{st} はレイノルズ数によって大きく変化し、 $Re = 5 \times 10^3$, 10^4 ではかなりの間大きな値を保つことがわかる一方レイノルズ数の増大にともない急速に定常値に近づくことがあらわされている。 q/q_{st} はレイノルズ数の増大にしたがって定常状態に早く達することがわかる。

図7はプラントル数の影響を示す。 Nu/Nu_{st} は広いプラントル数の変化の範囲(0.7～20)にもかかわらずあまり変わっていないことが注目される。

図8は a_f/a_w , 図9は r_1/r_0 の影響を示す。いずれも Nu/Nu_{st} には影響をおよぼさないが q/q_{st} には非常に大きな要因となることがわかる。

全体としては今回の計算範囲においては Nu/Nu_{st} はレイノルズ数に最も大きく依存し他のパラメーターはあまり大きな要因とはならない。一方 q/q_{st} はレイノルズ

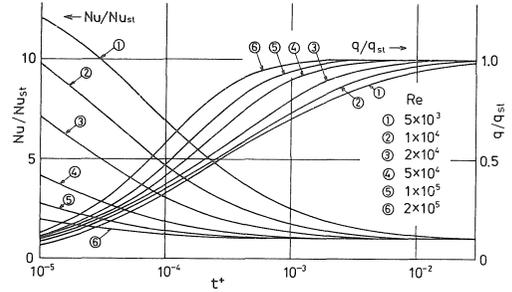


図6 レイノルズ数の影響

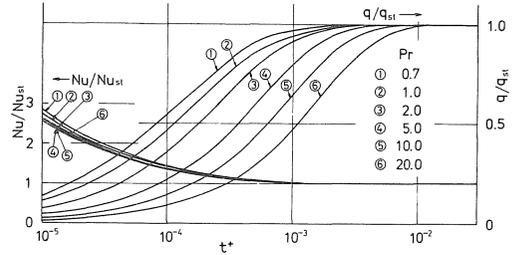


図7 プラントル数の影響

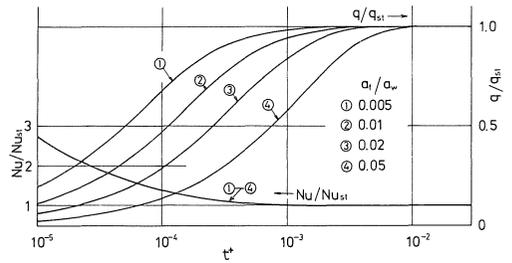


図8 a_f/a_w の影響

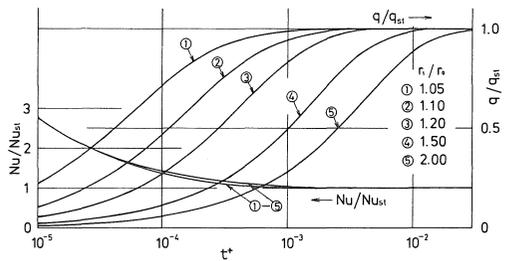


図9 r_1/r_0 の影響

数よりも他のもの、特に温度伝導度と壁の肉厚、すなわち x 方向の単位長さあたりの管壁の熱容量に大きく依存することがいえる。

6. 結言

前報に引き続いて円管内の非定常熱伝達の研究の第二段階として管壁内にステップ状発熱が起きる場合の乱流熱伝達の計算と実験を行い、両者を対比させて次のような結果を認めた。

(1)本報文の方法による非定常状態の数値計算は実験との比較によりほぼ適当であると推察される。

(2)数値計算から今回の計算範囲においては非定常状態のヌセルト数はレイノルズ数に大きく依存し他のパラメーターにはあまり影響されない。一方非定常状態における流体側へ流入する熱量は管壁の熱容量に大きく依存する。

参考文献

- (1) R. Siegel, Trans. ASME Ser. C, (1960), 241.
- (2) E. M. Sparrow, R. Siegel, Trans. ASME Ser. C, (1960), 170.
- (3) 河村洋, 日本機械学会論文集, 39巻 (1973), 2498.
- (4) 河村洋, 同上, 42巻 (1976), 1207.
- (5) 河村洋, 岩堀宏治, 同上, 42巻 (1976), 2501.
- (6) 渡辺修, 進藤益男, 愛工大研究報告, 13号 (1978), 53.
- (7) D. B. Spalding, Int. Develop. Heat Transfer, (1961), 439.
- (8) 例えば, 甲藤好郎; 伝熱概論, 105, 養賢堂.