

# キーみぞを有する軸の応力集中について

## 第1報

伊藤 實・古市 裕司

The Stress Concentration of Shafts with End Milled Keyways.

(part 1)

Minoru ITŌ and Yuuji FURUICHI

銅メッキ応力測定法により、純ねじり応力状態において End Milled Keyway (Keyseat) を有する丸軸に発生する応力集中について実験的に解析した。まず応力集中箇所を明らかにし、キーみぞ底の隅角部の曲率半径の変化が応力集中率(形状係数)にどのような影響をおよぼすかを求め、他のキーみぞの形状を異にする研究者の報告と比較した。つぎに、キーみぞの長さに対する応力集中率の変化を求め、キーみぞの長さがある値以上になると無限の長さのキーみぞに発生する応力集中率と同じ値になることを示し、応力集中率に影響をおよぼすキーみぞの長さの最大値を求めた。

### 1. 緒言

近時各種の機械は高速化される傾向にあり、機械要素や構造物の部材が強度的に十分耐えるだけでなく、同時に軽量に設計されることが必要となってきた。これらの機械構造物の要素としてよく使われるとともに、破壊にいたる重大な事故原因ともなるキーみぞを有する軸に生ずる応力の集中を明らかにするため、JIS規格に従った形状・寸法で、ねじりモーメントのみが加えられた場合のキーみぞ底隅角部の曲率半径の変化に対する応力集中・緩和曲線を求め、さらに、キーみぞの長さを異にするこれらの値をそれぞれ2箇所の応力集中点について求めた。

ねじりモーメントを受けるキーみぞを有する丸軸の応力集中については、H. Quest<sup>(1)</sup>のせっけん膜による研究、M. M. Leven<sup>(2)</sup>、西田<sup>(3)</sup>の光弾性によるもの、大久保<sup>(4)</sup>の厳密解、寺田・細野<sup>(5)</sup>による銅メッキ応力測定法による研究が発表されているが、軸方向に有限長さを有するEnd Milled Keyway (Keyseat)については、機械部品によく使われているにもかかわらず、先のM. M. Levenの報告中にあるだけであまり行われていないようである。このEnd Milled Keywayは、応力が三次元に分布し、そのう

え局的に大きな応力の集中を示し理論的解析はきわめて困難であるため、実験的に解明した。

実験方法としては、最大応力の発生する場所が軸表面であり、切欠形状も複雑なこの種の実験に最も有効と考えられる銅メッキ応力測定法によった。

### 2. 実験方法

2・1 銅メッキ応力測定法 試験片に表1に示す条件で銅メッキした後、繰返し荷重を加えると、同一メッキ液でメッキしたものは常に一定の繰返し数で黒かっ色のはん点が出はじめる。メッキ法はこの現象を利用したもので、はん点発生までの応力繰返し数から、その部分の応力を知る方法で詳細は文献(7)にある。

表1 メッキ液の組成およびメッキ条件

	アルカリメッキ液		酸メッキ液
組 成 (H <sub>2</sub> O 1ℓ 当り)	CuCN	23g	CnSO <sub>4</sub> 5H <sub>2</sub> O 250g
	Na <sub>2</sub> CO <sub>3</sub>	10g	H <sub>2</sub> SO <sub>4</sub> 80g
	NaCN	30g	
電流密度mA/cm <sup>2</sup>	0.6		30.0
メッキ時間(分)	20		15

### 2・2 試験所

2・2・1 使用材料 使用材料としては、機械構

造用炭素鋼鋼材 S45C を使用した。この材料の化学成分を表 2 に示す。

使用材料の熱処理および機械的性質を表 3 に示す。

表 2 化 学 成 分 (%)

C	Si	Mn	P	S	Cu	Ni	Cr
0.48	0.29	0.78	0.02	0.021	0.21	0.07	0.18

表 3 熱 処 理・機 械 的 性 質

熱 処 理	(1)	900±2℃ 40分 空冷
	(2)	860±2℃ 40分 油冷
	(3)	650±2℃ 40分 空冷
縦 弾 性 係 数 E	kgf/mm <sup>2</sup>	2.14×10 <sup>4</sup>
横 弾 性 係 数 G	kgf/mm <sup>2</sup>	8.22×10 <sup>3</sup>
上 降 伏 点 $\sigma_{su}$	kgf/mm <sup>2</sup>	44.1
下 降 伏 点 $\sigma_{sL}$	kgf/mm <sup>2</sup>	42.8
引 張 強 さ $\sigma_B$	kgf/mm <sup>2</sup>	65.8
破 断 応 力 $\sigma_b$	kgf/mm <sup>2</sup>	45.6
伸 び $\delta$	%	26.0
絞 り $\varphi$	%	65.9

表 4 キーみぞ試験片の主要寸法

試 験 片 直 径 Dmm	14.0
キ ー み ぞ の 幅 bmm	5.0
b / D	0.357
キ ー み ぞ の 深 さ tmm	3.0
t / D	0.214

(a)

r mm	r / D	ℓ mm	ℓ / b
0.14	0.010	15.0	3.0
0.21	0.015		
0.28	0.020		
0.35	0.025		
0.60	0.043		

(b)

r mm	r / D	ℓ mm	ℓ / b
0.16	0.0114	5.0	1.00
		7.5	1.50
		10.0	2.00
		12.6	2.52
		14.0	2.80
		16.8	3.36
		25.0	5.00

・ 2 ・ 2 試 験 片 の 形 状 お よ び 寸 法 図 1 に 較 正 試 験 片 の 形 状 ・ 称 呼 寸 法 を 示 し、図 2 お よ び 表 4 に キー み ぞ 試 験 片 の 形 状 ・ 称 呼 寸 法 を 示 す。

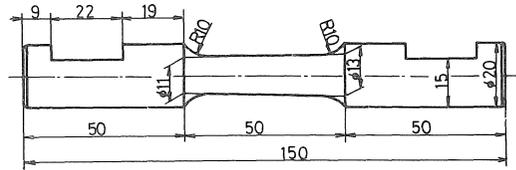


図 1 較 正 試 験 片

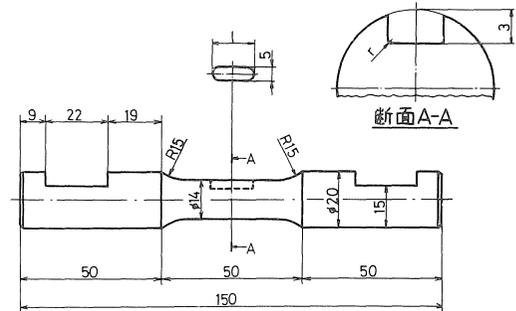


図 2 キーみぞ試験片

表 4 中 の (a) は、キーみぞ底の隅角部の曲率半径 r の変化が応力集中度率におよぼす影響を求めるための試験片寸法であり、また (b) はキーみぞの軸方向の長さ ℓ の変化が応力集中度率におよぼす影響を調べるための試験片の寸法である。

キーみぞの各寸法は、JIS B 1301「沈みキーおよびキーみぞ」<sup>(6)</sup>により、軸径 D=14mm に適用される寸法に基づいて決定した。JIS B 1301 の関連事項を表 5 に示す。

表 5 沈みキーおよびキーみぞ

JIS B 1301 mm				
D	b	t	r	ℓ
12をこえ 17以下	5	3.0	0.16~0.25	10~56

2・2・3 キーみぞの加工について 実験の精度を上げるためには、キーみぞの形状、特にみぞ底の隅角部の曲率半径 r を精密に加工するエンドミルの刃先形状は投影機で 100 倍に拡大して詳しく観察しながら、みぞ底の隅角部 r が完全な円弧形になるように角を砥いだ。また試験片を加工するうちにエンドミルの刃先が摩耗して、曲率半径が変化するおそれがあるので軽切削とし、切削油を十分与えて切削性をよくして加工した。さらに、刃先の摩耗度を調べるために 3 本の試験片を加工した後、厚さ 1.2 mm の鉄板を切削して、みぞの形状を投影機で

詳細に観測し曲率半径  $r$  の形状を確認した。一例を図3 ( $r=0.28\text{mm}$ ) に示したが、曲率半径は所期の形状を示していることがわかる。

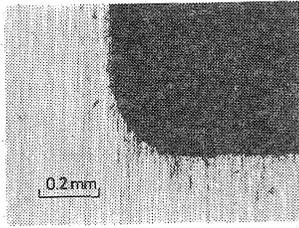


図3

**2・3 実験方法** 試験機として、容量10kgf・mの曲げ・ねじり疲れ試験機を使用し、応力の測定は銅メッキ応力測定法によった。

**2・3・1 較正試験** はん点の発生しはじめる限界みずみ  $\gamma_p$  の値と、繰返しねじり応力の繰返し数  $N$  との関係を示す  $\gamma_p-N$  曲線を求める必要がある。そのためテーパ状の較正試験片を用い(図1参照)、一定の両振り繰返しねじり応力を目的の繰返し数に達するまで加え、読み取り顕微鏡ではん点の発生境界までの距離  $S$  を正確に測定して(図4参照)、その繰返し数に対する限界せん断応力  $\tau_p$  に相当する点の直径  $d$  が求まる。また加えたねじりモーメント  $T$  から、 $\tau_p$  と  $\gamma_p$  の値は次式によって求まる。

$$\tau_p = \frac{16 \cdot T}{\pi \cdot d^3}, \quad \gamma_p = \frac{\tau_p}{G}$$

$T$ : 試験片に加わるねじりモーメント

$d$ : 限界断面における試験片の直径

$\tau_p$ : せん断応力の限界値

$G$ : 下地金の横弾性係数

$\gamma_p$ : せん断ひずみの限界値

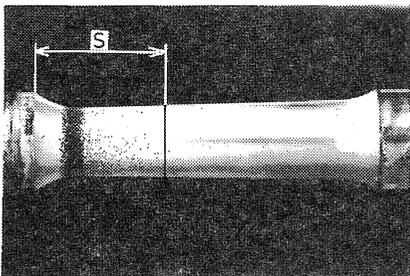


図4

**2・3・2 応力集中の位置および応力集中率の求め方**

キーミゾ試験片に銅メッキを施した後、一定の両振り繰返しねじり荷重を加え、メッキ面の応力集中箇所にはん点が発生し始める状態を顕微鏡で観察して発生時の応力繰返し数  $N$  を定めた。そして較正試験で求めた  $\gamma_p-N$  曲線から応力集中箇所のひずみ  $\gamma_p$  を決定し、応力集中率はキーミゾのない平滑な丸軸の表面応力に比較して表示するが、ここではねじりモーメント  $T$  を等しくとって比較し、次式により応力集中率  $\beta$  で表わした。

$$\beta = \frac{\tau_{\max}}{\tau_0} = \frac{\pi \cdot d^3 \cdot G \cdot \gamma_p}{16 \cdot T}$$

$\tau_{\max}$ : 応力集中点のせん断応力

$\tau_0$ : 平滑試験片の軸表面のせん断応力

**3. 実験結果および考察**

**3・1 較正試験結果** 3本の較正試験片にそれぞれ2.75, 3.25, 3.60kgf・mのねじりモーメントを加えて較正試験を行い結果を  $\gamma_p-N$  曲線として図5に示す。

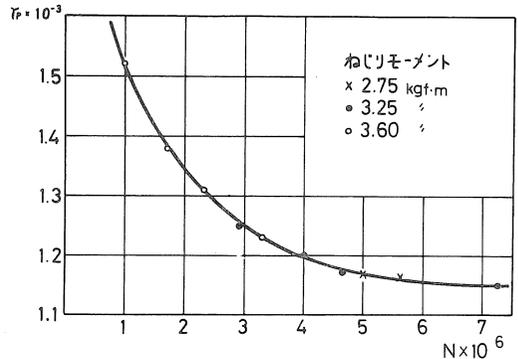


図5  $\gamma_p - N$  曲線

**3・2 キーミゾ底隅角部の曲率半径と応力集中率**

キーミゾの形状のうち幅  $b=5.0\text{mm}$ 、深さ  $t=3.0\text{mm}$ 、長さ  $l=15.0\text{mm}$  の有限長さを一定とし、キーミゾ底隅角部の曲率半径  $r$  を5種類変化させた場合の応力集中率  $\beta$

表6

No.	D mm	t mm	l mm	b mm	r mm	r/D	$\beta_s$	$\beta_A$
X11	14.00	3.00	14.92	5.00	0.14	0.010	3.70	-
X12	14.00	3.00	14.95	5.00			3.70	-
Z15	13.99	3.00	14.95	5.01			3.68	-
X04	14.00	2.99	14.95	5.00	0.21	0.015	3.16	1.90
X06	14.00	2.98	15.05	5.00			3.16	1.90
Z11	14.00	3.00	15.00	5.00			3.18	1.90
X01	14.00	3.00	14.96	5.00	0.28	0.020	2.90	-
X02	14.00	3.00	14.95	5.00			2.89	-
X03	14.00	3.00	14.95	5.00			2.90	-
X08	14.00	3.01	14.89	4.99	0.35	0.025	2.72	-
X09	14.00	3.01	14.87	5.00			2.72	-
Z10	13.95	3.00	14.96	5.01	0.60	0.043	2.43	-
Z16	14.00	3.00	14.98	5.00			2.43	-
Z18	13.95	3.00	14.90	5.00			2.43	-

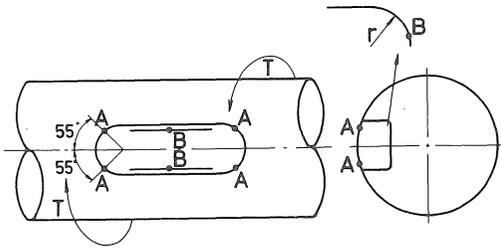


図6 応力集中点

の値と試験片の寸法を表6に、また応力集中点の発生位置を示す詳細を図6に示した。

図6の応力集中点Bについて述べれば、キーみぞ底の

隅角部曲率半径  $r$  の圆弧部とみぞ底の直線との接点よりやや圆弧部よりのみぞ底長手方向のほぼ中央部の点Bに発生する (このことはLeven による光弾性実験の結果と一致している), またA点は軸中心線より上下約55度の箇所、軸表面よりすこしキーみぞ側面に入った点に発生する。

縦軸に応力集中率  $\beta$  を、横軸にキーみぞ底隅角部の曲率半径  $r$  と軸直径の比  $r/D$  をとって実験点を結び、その傾向線を図7に示す。

参考としてLeven, 西田による光弾性実験による結果と、寺田・細野による銅メッキ応力測定法による結

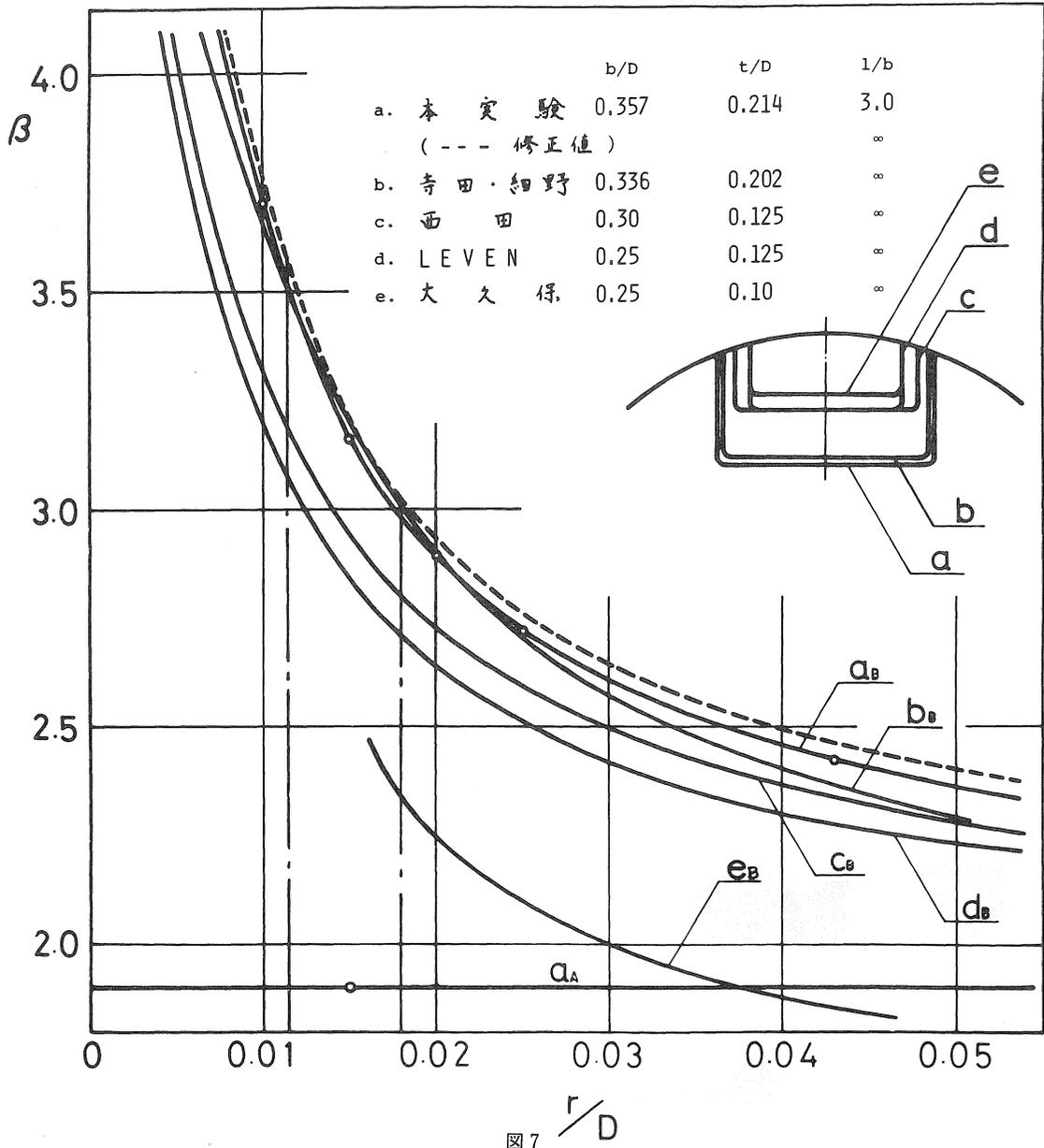


図7

果、さらに大久保の厳密解を並記したが、いずれもこれらの研究結果はキーミゾの長さ  $l$  を無限長と考えた場合の値である。

図中の添字  $A \cdot B$  は図6の応力集中点  $A \cdot B$  に対応している。

図7の $\alpha_B$ の傾向線は、キーミゾ底隅角部の曲率半径  $r$  が小さくなればなるほど、応力集中率 $\beta_B$ は大となり、逆に $r$ が大となれば集中率 $\beta_B$ は小となる緩和傾向を示している。図中に一点鎖線で示した範囲はJIS規格の直径 $D=14\text{mm}$ に対する曲率半径 $r=0.16\sim 0.25\text{mm}$ に対応するもので、 $r$ が大なるほど、 $\beta_B$ は小となり強度上安全側となる。しかしながらエンドミルの刃先の整形等の問題をとまなうこととなる。

銅メッキ応力測定法により解析をし、キーミゾの横断面が比較的近似している寺田・細野の実験結果である $b_B$ 曲線と本実験の $\alpha_B$ 曲線とを比べると、 $b/D$ 、 $t/D$ とも本実験のキーミゾの方が大きいにもかかわらず、JIS規格の $r$ の範囲で $\alpha_B$ 曲線の方が少し低い応力集中率を示している。この矛盾についてはキーミゾの長さに起因すると思われるので後で述べる。

表7

研究者	規格	実験方法	$b/D$	$t/D$
本実験	JIS	銅メッキ法	0.357	0.214
寺田・細野	DIN	銅メッキ法	0.336	0.202
LEVEN	ASME	光弾性実験	0.25	0.125

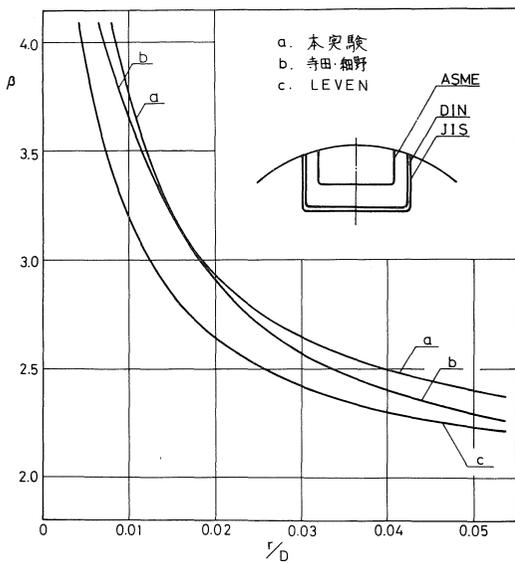


図8

$C_B$ 、 $d_B$ はそれぞれLeven, 西田が求めたものであるが、本実験の $\alpha_B$ 曲線とよく相似している。

応力集中点AはEnd Milled Keyway (Keyseat) 特有の応力集中点で $r$ の影響は少ないと思われるので $r=0.21\text{mm}$  ( $r/D=0.015$ )の一点をもって代表させた。

各規格によって分類すれば表7, 図8のごとくなる。図8の $\alpha$ の曲線は図7の破線で示した修正値の曲線をとった。

3・3 キーミゾ長さとの応力集中率

キーミゾの幅  $b$  と深さ  $t$  およびキーミゾ底隅角部の曲率半径  $r$  をそれぞれ  $b=5.0\text{mm}$ ,  $t=3.0\text{mm}$ ,  $r$  は J I S 規格の軸径  $D=14\text{mm}$  のときの最小値  $0.16\text{mm}$  ( $r/D=0.0114$ ) の一定値とし、キーミゾの軸方向の長さ  $l$  を8種類変化させた場合の応力集中率 $\beta_B$ と、同じくキーミゾの長さを5種類変化させた場合の応力集中点Aの集中率 $\beta_A$ を試験片寸法と共に表8に示す。

表8

No.	D mm	t mm	b mm	l mm	$l/b$	$l/D$	$\beta_B$	$\beta_A$
X13	13.99	2.97	5.00	5.03	1.01	0.36	1.89	-
X16	14.00	3.01	5.01	7.43	1.49	0.53	2.55	-
X17	13.99	3.01	5.01	9.91	1.98	0.71	3.03	-
X28	14.00	3.01	5.01	12.69	2.54	0.91	3.37	-
X29	14.00	3.01	5.01	14.09	2.82	1.01	3.48	-
-	-	-	-	-	(3.00)	(1.07)	(3.52)	-
X30	14.00	2.99	5.01	16.86	3.37	1.20	3.57	-
X19	13.99	3.00	5.01	26.20	5.24	1.87	3.56	-
X14	13.99	2.96	5.01	5.01	1.00	0.36	-	1.89
X15	14.00	3.02	5.01	7.44	1.49	0.53	-	1.92
X18	13.99	3.00	5.01	9.90	1.98	0.71	-	1.90
X27	14.00	2.98	5.00	15.05	3.01	1.08	-	1.90
X20	13.99	2.99	5.01	25.00	5.00	1.79	-	1.90

表8中かこの数値は図7の $\alpha_B$ 線において $r/D=0.0114$ に対応している応力集中率 $\beta_B$ を読みとって定めたため試験片寸法は空白となっている。

図9に縦軸に応力集中率 $\beta$ を、横軸にキーミゾの長さ  $l$  を幅  $b$  で除した値  $l/b$  と、 $l$  を軸直径  $D$  で除した値  $l/D$  の両尺度を取って表わした。

図9について述べれば、応力集中率 $\beta_B$ は $l/b$ が3.37以上ではほぼ一定値を示し、 $l/b$ の値が低くなる時には、

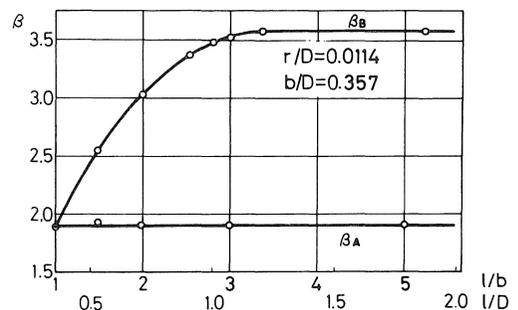


図9

3.37の値を境として急激に低下し、 $l/b = 1$  即ち円柱みぞで $\beta_A$ の値と等しくなる。この性質が曲率半径  $r$  の変化に対して鈍感であるものと仮定すれば、キーみぞ長さ  $l$  を幅  $b$  で除した  $l/b$  が3.37 ( $l/D = 1.20$ ) 以上の値を取るときは従来発表されている諸研究結果の数値をそのまま適用してよいと考えられるが、 $l/b = 3.37$  以下の場合にはもっと低い応力集中度を示すものと思われる。

先の実験で  $r$  を変化させて応力集中度 $\beta_B$ を求めたとき、キーみぞの長さを $l/b = 3.0$  の有限長としていたが、図9からわかるように $l/b = 3.0$ のときはまだキーみぞの長さ  $l$  による影響を少しうけている。その値を表8より求めると $3.57/3.52 = 1.0142$  となり約1.42%となる。

そこで、先に求めた図7の $\beta-r/D$ 曲線 $\alpha_B$ の修正を試み、図中に破線で示した。この修正曲線と寺田・細野の実験とを比べると妥当な応力集中度を示していると思われる。

#### 4. 結 言

機械構造用炭素鋼鋼材 S45C を素材として使用し、JIS B1301に基づき、丸軸の直径 $D = 14.0$  mm、キーみぞの幅  $b = 5.0$  mm、深さ  $t = 3.0$  mm、長さ  $l = 15.0$  mm を一定とし、キーみぞ底の隅角部の曲率半径  $r$  を5種類変化させ

て、曲率半径  $r$  の変化による応力集中度を求め緩和曲線を示した。また、キーみぞの横断面の寸法比を異にする他の研究結果と対比し、さらに規格による相違を示した。

つぎに、幅  $b$ 、深さ  $t$ 、みぞ底隅角部の曲率半径  $r = 0.16$  mm を一定とし、キーみぞの長さ  $l$  を8種類変化させて応力集中度 $\beta_B$ を求め、同じく長さを5種類変化させて $\beta_A$ も求め、キーみぞの長さに対する応力集中度への影響を $l/b(l/D)$ の尺度で表わし明らかにした。そして、このことから $l/b$ が3.37以上の場合には無限長さのキーみぞに発生する応力集中と同じ値になることを示した。

#### 文 献

- (1) H. Quest, Ing. -Archiv, 4 (1933), 517.
- (2) M. M. Leven, Proc. SESA, 7-2 (1949), 145.
- (3) M. Nisida, Proc. Intern. Symp. Photoelasticity, (1963), Pergamon Press, Oxford, 109.
- (4) H. Okubo, Quart. J. Mech. Appl. Math., (1950), 162.
- (5) 寺田・細野, 機械学会論文集, 29 (1963-1), 92.
- (6) JISハンドブック, 機械要素, (1977) 日本規格協会, 463.
- (7) 大久保 肇, 銅めっき応力測定法, (昭41) 朝倉書店.