

Sur la Condition à la Terre au Conducteur isolé en forme de Sphère avec des Charges

Ken-ichi HAYASHI

電荷を有する孤立球状導体のアース条件について

林 憲 一

Résumé: Quand nous approchons une charge d'un conducteur chargé en forme de sphère, nous reconnaissons une force agissant sur elle. Il est connu que c'est à cause de la force de Coulomb affectué entre la charge extérieur et elles du conducteur sphérique ainsi que induite sur lui.

Dans la condition à la terre au sujet de la terre, nous considérons le cas de la force d'image constituée sur une charge suffisamment petite en grandeur.....charge ponctuelle....., à savoir le cas d'existence une charge ponctuelle devant un plan de conducteur étendu infini.

Nous obtenons la portée approximativement effective de cette condition par le calcul numérique et indiquons le résultat. Ainsi que nous considérons des autres caractéristiques relatives.

1. Introduction

Le champ électrique constitutif par un conducteur sphérique avec des charges et une charge ponctuelle est exactement calculé par la méthode d'electromagnétisme.

Dans ce cas, nous disons d'une charge ponctuelle et un plan de conducteur étendu infini, c'est-à-dire le cas constitué la relation d'image.

Nous allons considérer quelle relation y a-t-il.

2. Expression générale

Comme dans la Fig. 1, il y a une charge ponctuelle située au point P à la distance du centre O de la sphère de conducteur avec le rayon de R. Une charge de Q se presente originalement de la sphère.

Nous obtenons le champ équivalent

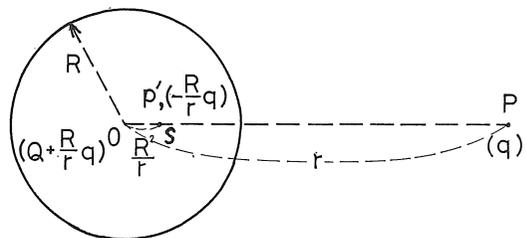


Fig 1 Schématique

dehors de sphère par mettant une charge de $-\frac{R}{r}q$ au point de S ainsi que celle de $Q + \frac{R}{r}q$ au point de O respectivement suivant la condition du potentiel constant.

En mettant que la force F est positive en cas d'attraction, nous obtenons une formule suivante.

$$F = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{\frac{R}{r}q}{\left(r - \frac{R^2}{r}\right)^2} - \frac{Q + \frac{R}{r}q}{r^2} \right]$$

$$= \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0} \left\{ \frac{1}{r^2} \left(\frac{R}{r} \left(1 - \left(\frac{R}{r} \right)^2 \right)^2 - \left(\frac{Q}{q} + \frac{R}{r} \right) \right) \right\} \quad (1)$$

Comme $x = \frac{r}{R}$ et $k = \frac{Q}{q}$,

$$F = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 R^2} f$$

Où

$$f = \frac{1}{x^2} \left(\frac{x^3}{(x^2-1)^2} - \frac{1+kx}{x} \right) = \frac{x}{(x^2-1)^2} - \frac{1+kx}{x^3} \quad (2)$$

Nous indiquons les courbes de f dans la Fig. 2. La force refusée ne produit pas à moins que le valeur de k n'est positif.

A la Fig. 2 la courbe de la ligne pointillée indiquée par $\frac{1}{4(x^2-1)}$ explique le cas en considérant une sphère d'un plan étendu infini et celle par $\frac{1}{r^2}$ fait l'occasion à la distance bien lointaine.

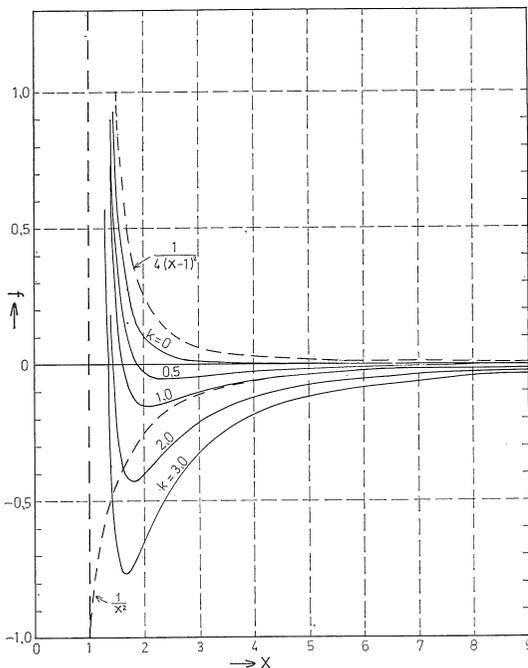


Fig 2 Variation de la force

3. Calcul approché

Nous calculons l'erreur relatif ϵ entre les valeurs de la courbe réelle au Fig. 2 et ceux de la fonction de $\frac{1}{4(x-1)^2}$.

$$\epsilon = \frac{\frac{1}{4(x-1)^2} - f}{f} \quad (3)$$

Les valeurs de ϵ sont indiquées au Fig. 3 en cas de

$\epsilon = 0.3, 1, 3\%$.

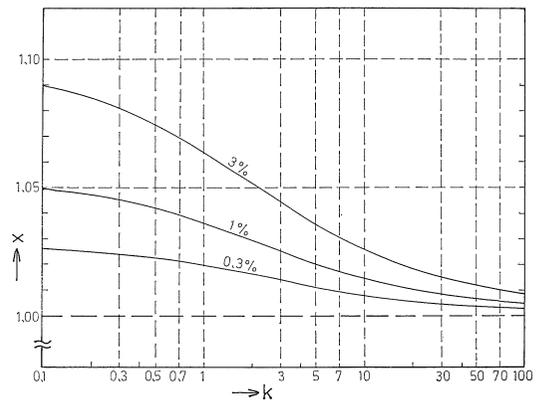


Fig 3 Courbes approximatives pour la terre-condition

A la figure, par exemple, nous remarquons que l'erreur est inférieure à 1% au point de la distance de 1.03 fois du rayon de la sphère quand le conducteur sphérique a de charge électrique de deux fois par rapport à celui de charge ponctuelle.

Ensuite, nous en faisons pareillement au cas de $\frac{1}{r^2}$.

$$\epsilon = \frac{\frac{1}{r^2} - f}{f} \quad (4)$$

Nous indiquons les courbes à la Fig. 4 aux cas de quelques pourcents et en même temps une autre courbe aux points sans force.

Le point à équilibre est celui instable, à savoir, nous y comprendrons le théorie d'Earnshaw.*)

*) Par exemple: J. Jeans, The Mathematical Theory of Electricity & Magnetism, CH VII-192.

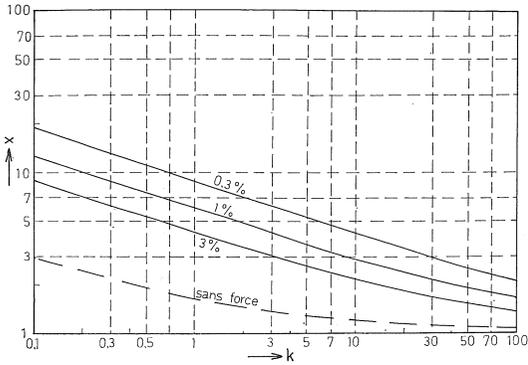


Fig 4 Courbes approximatives pour la loi inverse carrée et celle sans force

4. Point de la force maximum

Il y a points de la force maximum lorsque k est positif. Nous les obtiendrons en mettant le dérivé de f à zero.

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \left(\frac{2k}{x^3} \right) - \left(\frac{3x^2 + 1}{(x^2 - 1)^3} - \frac{3}{x^4} \right) \quad (5)$$

Dans la Fig. 5 et 6 indiquons nous la courbe de x correspondant à la force maximum et de f_{max} .

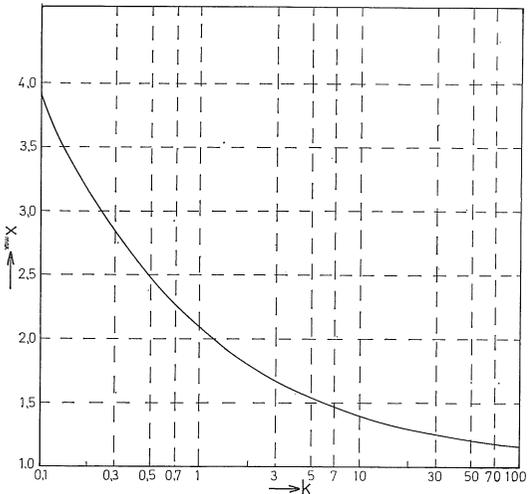


Fig 5 Courbe de la distance pour la force maximale

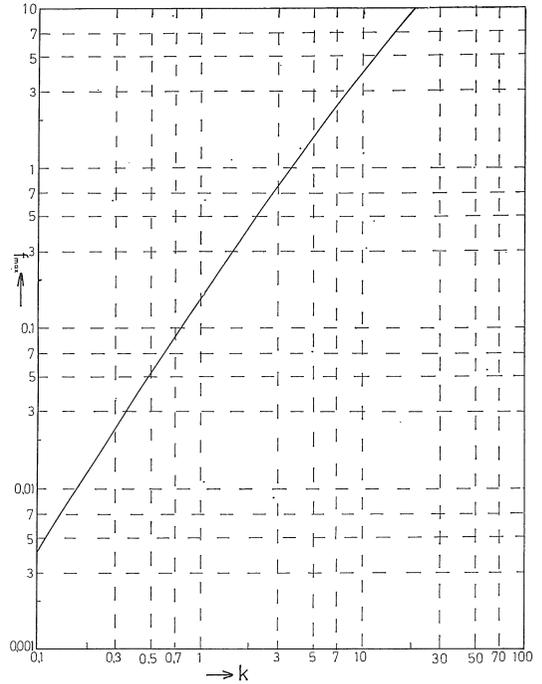


Fig 6 Courbe pour la force maximale

5. Conclusion

Nous obtenons concrètement le rang effectif sur la condition approchée à la terre par le calcul de la force entre le conducteur sphérique avec charge et le charge ponctuelle, ainsi que nous éclairons les caractéristiques relatives. L'ordinateur de notre Institut est employé pour le calcul numérique.

Table 1. Valeurs numériques

| k | x ₀ | x _{max} | f _{max} | x ₁ | | | x ₂ | | |
|-----|----------------|------------------|------------------|----------------|-------|-------|----------------|-------|-------|
| | | | | 3% | 1% | 0.3% | 3% | 1% | 0.3% |
| 0.1 | 2.894 | 3.869 | 0.0041 | 1.089 | 1.050 | 1.026 | 8.88 | 12.68 | 18.86 |
| 0.2 | 2.378 | 3.153 | 0.0126 | 1.085 | 1.047 | 1.025 | 7.07 | 10.08 | 14.98 |
| 0.3 | 2.135 | 2.813 | 0.0240 | 1.081 | 1.045 | 1.024 | 6.20 | 8.82 | 13.10 |
| 0.5 | 1.882 | 2.455 | 0.0534 | 1.075 | 1.042 | 1.022 | 5.26 | 7.46 | 11.07 |
| 0.7 | 1.744 | 2.257 | 0.0897 | 1.070 | 1.039 | 1.021 | 4.72 | 6.68 | 9.90 |
| 1.0 | 1.618 | 2.074 | 0.1543 | 1.064 | 1.036 | 1.019 | 4.22 | 5.95 | 8.80 |
| 2.0 | 1.428 | 1.791 | 0.4301 | 1.052 | 1.029 | 1.016 | 3.40 | 4.76 | 7.01 |
| 3.0 | 1.343 | 1.661 | 0.7687 | 1.044 | 1.025 | 1.014 | 3.01 | 4.19 | 6.14 |
| 5.0 | 1.260 | 1.529 | 1.564 | 1.036 | 1.021 | 1.011 | 2.60 | 3.58 | 5.22 |
| 7.0 | 1.216 | 1.458 | 2.465 | 1.031 | 1.018 | 1.010 | 2.37 | 3.23 | 4.68 |
| 10 | 1.178 | 1.393 | 3.948 | 1.026 | 1.015 | 1.008 | 2.15 | 2.90 | 4.18 |
| 20 | 1.123 | 1.295 | 9.561 | 1.019 | 1.011 | 1.006 | 1.82 | 2.39 | 3.37 |
| 30 | 1.099 | 1.250 | 15.76 | 1.016 | 1.009 | 1.005 | 1.66 | 2.14 | 2.99 |
| 50 | 1.075 | 1.204 | 29.11 | 1.012 | 1.007 | 1.004 | 1.51 | 1.89 | 2.58 |
| 70 | 1.063 | 1.179 | 43.22 | 1.010 | 1.006 | 1.003 | 1.42 | 1.75 | 2.35 |
| 100 | 1.052 | 1.156 | 65.26 | 1.009 | 1.005 | 1.003 | 1.35 | 1.62 | 2.14 |

Remarques: $k=Q/q$, $f_{\max}=F_{\max} / \left(\frac{q_2}{4\pi \epsilon_0 R^2} \right)$

x₀; distance sans force

x_{max}; distance de la force maximale

x₁; distance approximative avec l'erreur 3,1 et 0.3%
respectivement pour la terre condition

x₂; distance approximative avec l'erreur 3,1 et 0.3%
respectivement pour la loi inverse carrée