

座屈荷重 幾何学的非線形 材料非線形

1 はじめに

本報では、材料非線形座屈荷重の理論予想値と既往の実験研究結果との比較を行う。図表については記号 H を付す。

2 既往研究との比較

シャンレーモデルを基にした実験研究が過去に数多く行われてきた。その際、座屈荷重を推定するためには、ヤング率の低下を正確に求める必要があった。座屈荷重の実験結果がバラつく場合は曲げ剛性の影響と考えられ、正確な実験方法や他の要因（もとたわみ）を特定することなどに注意が向けられてきた。また、非弾性座屈は固有値問題と無関係と考えられてきたので、非弾性座屈の研究は有限変位理論による計算力学の応用問題となって久しい。本研究では非線形領域における変形関数が満足する微分方程式と応力の微分方程式を導いた。次に、曲げ剛性と座屈荷重の比率が非線形固有値問題の固有値であり、その値はほぼ一定である。さらに、座屈荷重の下界と上界を、非線形固有値の固有関数が満足する境界条件より求めた。最終的に、座屈荷重は部材のヤング率の低下を考慮しなくても、曲げ耐力と初期剛性だけで推定できることを示した（文献 1）。一連の実験研究（文献 2）では、正方形断面を有する鋼材の中心圧縮座屈実験について詳細を報告した。本年度は、特に座屈荷重について、理論解析予想との比較を行った。座屈荷重と座屈後の挙動については、ほぼ理論予想通りの結果が得られており、座屈荷重も理論予想の範囲に収まっている。

しかし、正方形断面だけでなく、通常の H 型断面柱などを対象とした過去の実験結果との比較は重要である。特に、本研究対象の解析モデルの特徴は、断面形状の違いが座屈荷重に与える影響を理論的に予測できる点にある。解析精度の向上を実験で検証できれば、細長比だけをパラメータとした従来モデルと比較して、本研究対象の解析モデルの優位性を実証できる。正方形断面の座屈荷重の下界は、式(C12)によって推定できるが、H 型断面あるいは長方形断面の弱軸方向の座屈荷重の下界は式(C11)で推定できる。

本報では、著者が研究室で行った過去の実験結果（文献 3）ならびに、既往研究の実験結果（文献 4）を例として理論モデルの妥当性を検討する。

3 過去の実験研究の概要と実験結果

筆者が過去に行った平板の座屈実験（文献 3）について、概要を述べる。試験体の断面は厚み 12mm、幅 60mm、長さが 200mm、400mm、600mm（両端が固定であるため、座屈長さは 100mm、200mm、300mm の 3 ケース）、材料の降伏荷重は 2 ケースとした。試験体の形状を表 H-1 に素材試験結果を表 H-2 に示す。降伏応力度の異なる試験体シリーズは 2 グループあり、同じ長さの試験体を 6 体実験した。それぞれのグループは 18 試験体あり、試験体総数は 36 体である。図 H-1 と図 H-2 に座屈荷重の実験結果と式(C11)、(C13)による下界と上界の値を併せて図示した。平板の場合は残留応力の影響も無く、偏心の影響もほぼ無視してよい。座屈荷重は若干バラつくが、その範囲は降伏モーメントと全塑性モーメントの値で概ね限定できる。実験結果は、その範囲内にほぼ収まる。ヤング率は 210KN/mm²と仮定した。

4 H 型断面鋼柱弱軸中心圧縮実験との比較

過去の代表的な研究結果について、本論文の解析予想と比較検討する。我が国で行われた土木工学分野における座屈実験のうち H 形鋼の弱軸方向への座屈実験が青木、福本によって数多く行われており、実験値と残留応力を考慮した数値解析結果の比較検討が行われている（文献 4）。H 形鋼の弱軸方向の座屈荷重は式(C11)、(C13)で推定できる。図 H-3 に文献 4 から抜粋した図と解析予想を比較する。原論文では残留応力が座屈荷重に与える影響を詳細に検討しているが、本論文では最終的な座屈荷重の結果のみ、推定したバラつきの範囲に収まるかどうかを検討した。図 H-3 を見る限り解析予想はほぼ妥当である。

5 まとめ

一連の研究論文では、非線形座屈現象を固有値問題として考察した。材料非線形と幾何学非線形は、同じ非線形固有値問題に帰着する。新しく定義した固有値問題では、座屈荷重は分岐点の変形から求まる。非線形固有方程式の応力境界条件の変動幅を考慮することにより、座屈荷重の上下界を特定した。過去の実験研究データと、本論文の解析結果は矛盾しない。座屈モデルでは、断面形状の違いが座屈荷重に与える影響を説明できる。

本研究では、材料非線形仮説（A6）を出発点として、

材料非線形を伴う座屈現象の非線形微分方程式を導いた。次に、幾何学的非線形を記述する微分方程式と材料非線形を記述する微分方程式が一致することを導いた。両者は全く異なる物理現象であるが、両者を表す非線形固有値問題の固有関数の一致は、座屈の定義 (A4) そのものである。従って、仮説 (A6) から始まる一連の論理展開は、座屈の定義 (A4) と矛盾しない結論を導いた。しかしながら、本研究の仮説 (A6) は観測することが事実上不可能である。そのため、この仮説の真偽は、そこから論理的に導かれる様々な理論予想を実験によって検証することによってのみ、確かめることができる。著者らの研究チームは、この検証を行うために一連の実験研究を継続している。現在までのところ、理論予測と大きく矛盾する実験結果は得られていない。

参考文献

- 1) 西村功、鈴木敏志、江里口知輝：中心圧縮柱の非線形座屈に関する研究 (その1：非線形座屈モデルの仮説、その2：非線形座屈状態の変形と安定性、その3：分岐の発生とその後の安定性)、日本建築学会年次大会学術講演梗概集、251-256, 2017. 8
- 2) 西村功、鈴木敏志、庄司夏海：中心圧縮柱の非線形座屈に関する研究 (その4：非線形座屈モデルの仮説、その5：非線形座屈状態の変形と安定性)、日本建築学会年次大会学術講演梗概集、411-414, 2018. 9
- 3) 西村功、工藤航多：プレースの座屈が構造物の地震応答に与える影響 (その1：圧縮部材の座屈後における荷重変形モデル、その2：圧縮部材の座屈後挙動に関する実験)、日本建築学会年次大会学術講演梗概集、構造 III, 603-606, 2007. 8
- 4) 青木徹彦、福本嘸士：溶接 H 型鋼柱の座屈強度分布について、土木学会論文報告集、第 222 号, 37-48, 1974. 2

表 H-1 試験体形状と試験体一覧

| | SN400B シリーズ/SM490A シリーズ | | |
|----------------------|-------------------------|------|------|
| 試験体名称 | S600 | S400 | S200 |
| L(mm) | 600 | 400 | 200 |
| l _o (mm) | 300 | 200 | 100 |
| B(mm) | 60 | 60 | 60 |
| H(mm) | 12 | 12 | 12 |
| A(mm ²) | 720 | 720 | 720 |
| I(mm ⁴) | 8640 | 8640 | 8640 |
| Z(mm ³) | 1440 | 1440 | 1440 |
| i(mm) | 3.46 | 3.46 | 3.46 |
| λ(l _o /i) | 86.60 | 57.7 | 28.8 |

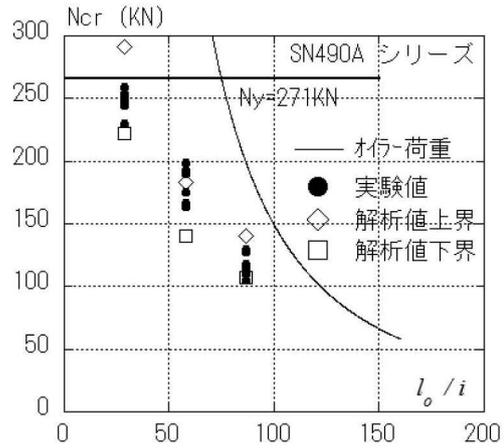


図 H-1 長方形断面実験結果と理論値の比較

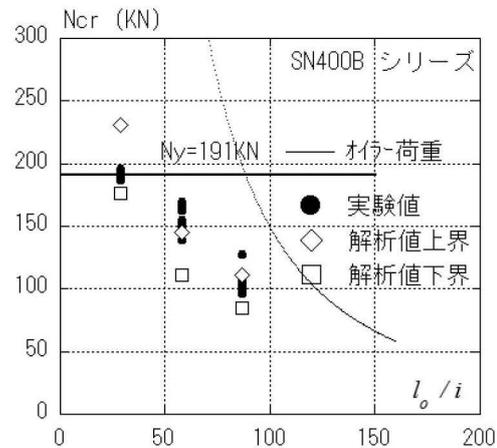


図 H-2 長方形断面実験結果と理論値の比較

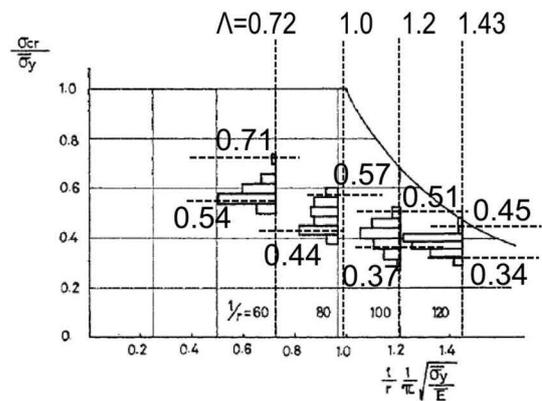


図 H-3 H 型鋼柱弱軸実験結果と理論値の比較

表 H-2 素材試験結果

| | σ _y (N/mm ²) | M _y (KN mm) | M _p (KN mm) |
|--------|-------------------------------------|------------------------|------------------------|
| SN400B | 266 | 383 | 575 |
| SM490A | 377 | 543 | 814 |

* 東京都市大学 工学部 建築学科 教授
 ** 愛知工業大学 工学部 建築学科 講師

* Prof., Dept. of Architecture, Tokyo City University
 ** Lect., Dept. of Architecture, Aichi Institute of Technology