

# 鋼製橋脚の水平2方向ハイブリッド実験手法の開発

## Development of Horizontal 2-Directional Loading Hybrid Test for Steel Bridge Piers

中村太郎 †, 青木徹彦 ††, 鈴木森晶 † †  
Taro Nakamura, Tetsuhiko Aoki, Moriaki Suzuki

**Abstract** Since the Great Kobe Earthquake in 1995, the seismic design of infrastructures in Japan was revised greatly in many items. But as far as the bridge piers are concerned, the design concept based on the conventional single directional seismic force has remained, not taking into account the actual bi-directional horizontal seismic forces. In this study, a hybrid test system for the response of steel piers under the bi-directional earthquake force is developed and tested. The difference of response and resistance forces between single and double directional hybrid test was discussed. Moreover a quasi-hybrid test method (dynamic analysis) was proposed and compared with the result of single direction hybrid test.

### 1. はじめに

今日まで、鋼製橋脚の耐震性能を明らかにし、その耐震性能の向上を図るため、本学も含め多くの研究機関で耐震性能実験が行われてきた<sup>1)2)</sup>が、それらのほとんどは1方向地震入力に対する構造物の耐震性能であり、実地震により近い水平2方向からの実験はほとんどない。また、現在の設計基準では水平2方向地震力を同時入力した設計とはなっていない。

ところが、本学で行われた、2方向から同時に外力を受ける鋼製橋脚の実験結果<sup>3)</sup>によると、1方向のみから作用する場合に比べ、载荷条件によっては2方向载荷の耐力が半減する場合があることが明らかとなった。ここで実施された実験は初期段階として、水平2方向载荷の地震力を円形や正方形等の6種のパターンに単純化して行われたものである。

実地震では従来の1方向直線パターンでもなく、また単純化した2方向入力パターンでもなく、それらの複合した複雑な载荷履歴となる。現在の設計基準よりさらに適切な設計基準を確立するためには、橋脚のより正確な地震時挙動を把握し、2方向からの実地震波による応答を求める必要がある。そこで本研究では、実地震波の水平2成分を用い、構造系を1質点系2自由度に単純化してハイブリッド実験を行い、橋脚の地震時挙動を明らかにする。

ハイブリッド実験とは、地震時における橋脚の複雑な非線形特性に対しては実験で、また線形挙動をする構造全体を数値解析で行い、これらを同時進行させる動的解析手法である。

### 2. 実験計画および方法

#### 2.1 実験供試体

実験に用いる供試体は、材質 SM490、板幅 450mm、板厚 6mm の正方形補剛箱型断面とし、断面を構成する各面は2本のリブ(6×55mm)と高さ方向に基部から 900mm までは 225mm 間隔、それ以降は 450mm 間隔のダイアフラムで補剛されている。

表-1 供試体寸法および各パラメータ<sup>4)</sup>

鋼種		SM490
供試体有効高さ	h (mm)	2400
補剛板幅	b (mm)	450
補剛板厚	t (mm)	6
リブ本数		2
リブ板幅	b <sub>s</sub> (mm)	55
リブ板厚	t <sub>s</sub> (mm)	6
ダイアフラム間隔	a (mm)	225
断面積	A (mm <sup>2</sup> )	1.33×10 <sup>4</sup>
全断面降伏軸力	P <sub>y</sub> (kN)	4321
断面2次モーメント	I (mm <sup>2</sup> )	4.06×10 <sup>8</sup>
断面2次半径	r (mm)	175
補剛板幅厚比パラメータ	R <sub>R</sub>	0.59
細長比パラメータ	λ	0.34
補剛材細長比パラメータ	λ <sub>s</sub>	0.184
補剛材剛比	γ/γ*	10.5

† 愛知工業大学大学院 建設システム工学専攻

†† 愛知工業大学 都市環境学科土木工学専攻(豊田市)

供試体寸法および各パラメータを表-1 に、供試体側面図を図-1(a)に、供試体断面図を図-1(b)に示す。

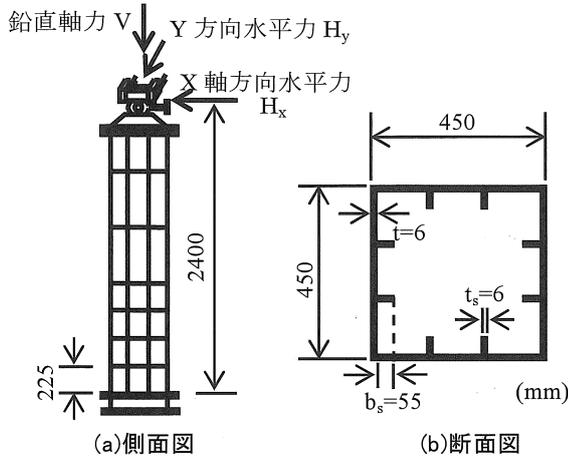


図-1 実験供試体概要図

高架橋のハイブリッド実験では、構造全体は実寸法で数値モデル化し、橋脚は縮小モデル化した供試体を用いるため、相似率の設定が必要である<sup>5)</sup>。ここでは、実構造と縮小モデルに同じ材料を用いると、両者のひずみと降伏応力が等しいことを利用し、相似比を算出すると表-2 のようになる。

表-2 各物理量の相似比

項目	倍率	項目	倍率	項目	倍率
長さ	1/S	降伏応力	1	時間	1/S
面積	1/S <sup>2</sup>	力	1/S <sup>2</sup>	速度	1
体積	1/S <sup>3</sup>	質量	1/S <sup>3</sup>	加速度	S

### 2・2 実橋梁の想定

本研究では、実験装置の能力に対応した供試体の寸法をはじめに定めて用意し、その供試体に対して実橋梁を想定し、システムを構築した。また、実橋梁の固有周期は一般的に 0.2 秒~1.2 秒が多い。そこで、一般的な固有周期内にあたる 0.6 秒になるように供試体と実橋脚の相似比を S=4 とした。

### 2・3 入力地震波

ハイブリッド実験に使用する入力地震波は、道路橋示方書に規定されている 18 波形のうち、2 種地盤の JR 鷹取駅観測地震動 N-S 成分(最大加速度 687gal)、E-W 成分(最大加速度-673gal)を選んだ<sup>6)</sup>。この地震波は、他の解析例でもよく取り上げられる代表的な地震波である。入力した地震波の加速度波形を図-2(a)、(b)に示す。

### 2・4 ハイブリッド実験法のアルゴリズム

ハイブリッド実験の積分法<sup>7)8)</sup>では一般に Newmark  $\beta$  法が用いられ、実験は予測→加力→修正の手順で行われる。

本研究では以下の手順で実験を進める。

- 1) 入力地震波は 0.01 秒間隔の加速度データであり、この間隔を 1 ステップとして応答計算を行う。

- 2) N ステップの計算が終了し、N+1 ステップを計算するとき、まず N ステップでの X 方向と Y 方向それぞれの剛性を式(1)~(3)に代入して、予測変位  $\{\tilde{u}_{n+1}\}$  を求める。

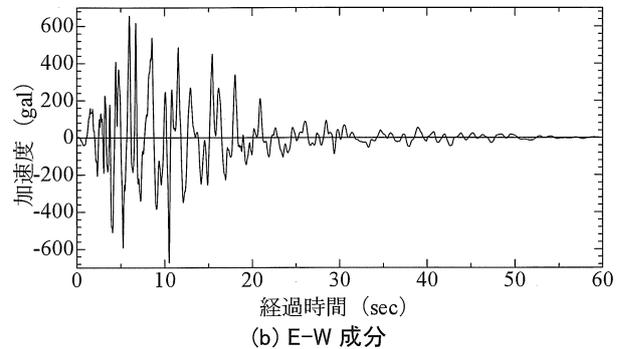
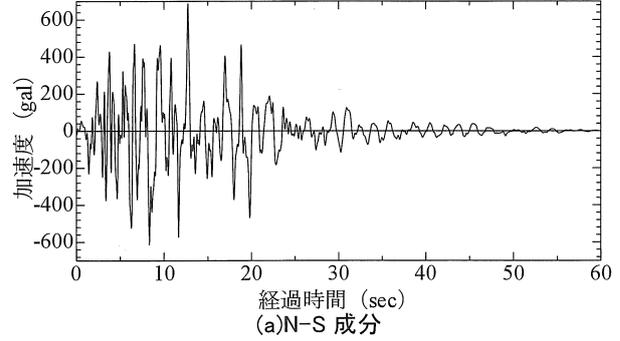


図-2JR 鷹取駅観測地震動

$$\{\tilde{u}_{n+1}\} = \{u_n\} + [\hat{K}'_{n+1}]^{-1} \{\hat{F}'_{n+1}\} \quad (1)$$

$$[\hat{K}'_{n+1}] = [K_0] + \frac{1}{2\beta\Delta t}[C] + \frac{1}{\beta\Delta t^2}[M] \quad (2)$$

$$\{\hat{F}'_{n+1}\} = [M] \left( \frac{1}{\beta\Delta t} \{\dot{u}_n\} + \frac{1}{2\beta} \{\ddot{u}_n\} - \{\Delta\ddot{u}_{g,n+1}\} \right) + C \left( \frac{1}{2\beta} \{\dot{u}_n\} + \Delta t \left( \frac{1}{4}\beta - 1 \right) \{\ddot{u}_n\} \right) \quad (3)$$

ここで、 $\{\}$ は x、y の 2 方向ベクトルを示す。

- 3) 予測変位  $\{\tilde{u}_{n+1}\}$  から、相似則を用い、供試体に当たる予測変位  $\{\tilde{d}_{n+1}\}$  を算出する。

$$\{\tilde{d}_{n+1}\} = \frac{1}{S} \cdot \{\tilde{u}_{n+1}\} \quad (4)$$

- 4) 基部回転や 2 方向加力の影響を考慮<sup>9)</sup>して、補正を行い、2 方向アクチュエータの制御変位を計算して、加力を行う。

- 5) 計測した変位と荷重を用いて、補正を行い、実測変位  $\{d_{n+1,m}\}$  と荷重  $\{f_{n+1,m}\}$  を算出する。

- 6) 供試体荷重から、相似則により、実橋脚に当たる復元力  $\{r_{n+1,m}\}$  を算出する。

$$\{r_{n+1,m}\} = S^2 \{f_{n+1,m}\} \quad (5)$$

7) 復元力  $\{r_{n+1,m}\}$  を (6)～(10) を代入して、 $n+1$  ステップの応答を求める。

$$\{a_{n+1}\} = [\hat{M}_{n+1}]^{-1} \{\hat{F}_{n+1}\} \quad (6)$$

$$\{\hat{F}_{n+1}\} = [M] \{a_{n+1,g}\} - [C] \left( \{v_n\} + \frac{1}{2} \{a_n\} \Delta t \right) - \{r_{n+1,m}\} \quad (7)$$

$$[\hat{M}_{n+1}] = [M] + \frac{1}{2} [C] \Delta t \quad (8)$$

$$\{u_{n+1}\} = \{u_n\} + \{v_n\} \Delta t + \frac{1}{2} \{a_n\} \Delta t^2 + \beta (\{a_{n+1}\} - \{a_n\}) \Delta t^2 \quad (9)$$

$$\{v_{n+1}\} = \{v_n\} + \frac{1}{2} (\{a_n\} + \{a_{n+1}\}) \Delta t \quad (10)$$

8) 最後のステップまで、上述の 2)～7) を繰り返して逐次積分を行う。

### 2.5 載荷装置

本研究で使用する実験載荷装置の立体図を図-3 に示す。実験中は水平2方向および鉛直1方向から載荷するため、載荷点は3次元的な動きを必要とする。この動きに対応するための3軸載荷装置が本学で開発されている。この装置は中心に直径100mmの芯が配置され、その中間部に鉛直軸回りおよび水平軸回りに回転可能な部品である。これにx方向、y方向のアクチュエータの先端をそれぞれ取り付ける。

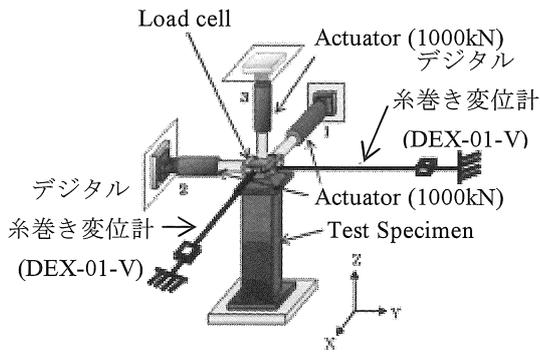


図-3 実験装置概要図

## 3. 擬似ハイブリッド実験

### 3.1 提案の背景

ハイブリッド実験は、1つの地震波に対して1つの供試体を必要とする。一方、静的繰り返し載荷実験では、ある地震波に対する応答は求められないが、地震時の慣性力を想定した単純な繰り返し載荷方法であるため、地震時の基礎的挙動が把握できる。この実験から得られた水平荷重-水平変位履歴曲線を用いて非線形復元力モデル

を作成することができれば、様々な地震波を入力した場合の複雑な応答計算が多数のハイブリッド実験を行わないで可能となる。

### 3.2 骨格曲線の作成

骨格曲線は、静的繰り返し載荷実験の結果を用い、各サイクルごとの履歴曲線を図-4 に示すように原点にシフトさせて作成する。図中の破線は  $4.5 \delta_y$  サイクルでの例で、曲線の上半分の始点を原点にシフトしている。

変位が  $3 \delta_y$  (3 サイクル)、 $3.5 \delta_y$ 、 $4 \delta_y$ 、 $4.5 \delta_y$  のときの最大荷重  $H_m$  とそのときの変位  $u_m$ 、各  $\delta_y$  の初期勾配  $K_i$  から各  $\delta_y$  ごとに骨格曲線を作成する。骨格曲線は、式(5)に示す3次式を用いて近似する。

$$H = K_i u + \alpha_1 u^2 + \alpha_2 u^3 \quad (5)$$

近似骨格曲線の選択は、静的繰り返し実験のエネルギー吸収量を各サイクルごとに算出し、累積し累積エネルギーとサイクルの関係を求めておき、ハイブリッド実験の現在の累積エネルギー吸収量がどのサイクルに相当するかを判断することで決定する。繰り返し載荷実験により得られた累積エネルギー吸収量と最大荷重  $H_{max}$ 、そのときの変位  $u_{max}$  との関係を図-5 に示す。

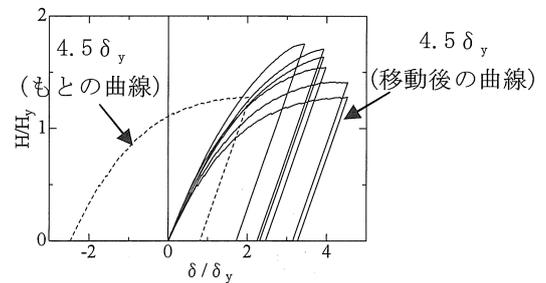


図-4 骨格曲線の作成例

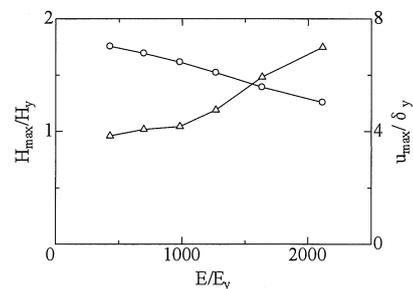


図-5 骨格曲線の選択方法

### 3.3 擬似ハイブリッド実験手順

- 1) 地震波と計算モデル(構造諸元  $(M, C, K)$  や静的繰り返し実験から得られた各サイクルの最大荷重  $H_m(i)$  とその時の変位  $u_m(i)$ 、初期剛性  $K(i)$  とエネルギー吸収量  $E(i)$  )を入力する。

- 2) 入力した計算モデルを元に、地震波データを入力し応答計算を行い、変位、荷重を算出する。
- 3) 変位と荷重を算出後、逆進・剛性劣化・再加力・除荷終了という4つのイベントが発生していないかをチェックする。
- 4) イベントが発生している場合は、そのイベントの処理を行い、発生しない場合は次のステップへ進み、残りステップがなくなるまで2)に戻って計算を続ける。
- 5) ステップ数がなくなった時点で、解析結果の表示と結果の保存を行う。

#### 4. 実験結果

##### 4.1 1方向ハイブリッド実験結果

##### 4.1.1 水平荷重-変位履歴曲線

ハイブリッド実験による水平荷重-水平変位履歴曲線をN-S方向、E-W方向それぞれ図-6(a)、(b)に実線で示す。図中の破線は擬似ハイブリッド実験結果である。

図-6(a)より N-S 成分の最大変位はプラス(S)側で  $2.40\delta_y$ 、マイナス(N)側で  $5.61\delta_y$  となり、N 方向が S 方向の約2倍も大きい。E-W成分の最大変位はプラス(E)

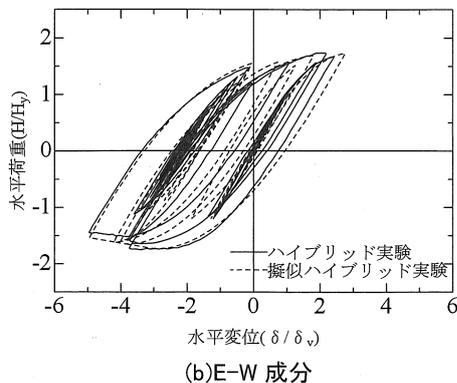
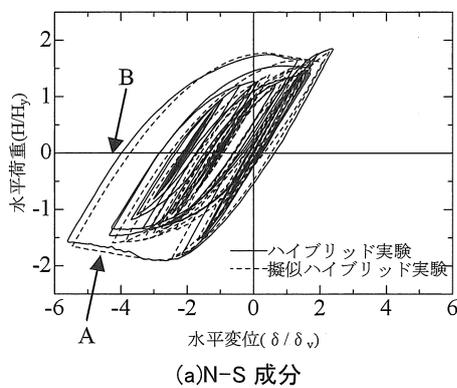


図-6 復元力履歴曲線

側で  $2.42\delta_y$ 、マイナス(W)側で  $4.96\delta_y$  で、この場合も、W 方向が E 方向の約2倍大きい。このように1方向に変位がずれる結果が得られている。また、最大荷重はN-S成分のプラス(S)側で  $1.85H_y$ 、マイナス(N)側で  $1.91H_y$ 、E-W成分の最大変位はプラス(E)側で  $1.74H_y$ 、マイナス(W)側で  $1.75H_y$  で、最大荷重に関しては両方向ともほぼ同じ値を示していることがわかる。荷重-変位履歴曲線は静的繰り返し実験同様、滑らかな曲線となった。

図-6(a)のA点に見られるように擬似ハイブリッド実験の強度がやや大きくなったのは擬似ハイブリッド実験の劣化剛性がやや大きかったために生じたものと思われる。また、同図のB点でも両者の履歴(変位)に差が見られ、この原因も同じ原因であると思われる。したがって、より精度を上げるためには劣化剛性の選択方法についてさらに検討する必要があるといえる。

##### 4.1.2 時刻歴応答変位

ハイブリッドおよび擬似ハイブリッド実験で得られた時刻歴応答変位曲線を図-7(a)、(b)に示す。図中の実線はハイブリッド実験、破線は擬似ハイブリッド実験の結果である。

N-S成分の最大変位は  $-5.61\delta_y$ 、E-W成分の最大変位は  $-4.96\delta_y$  となった。E-W方向では、ハイブリッド実験と擬

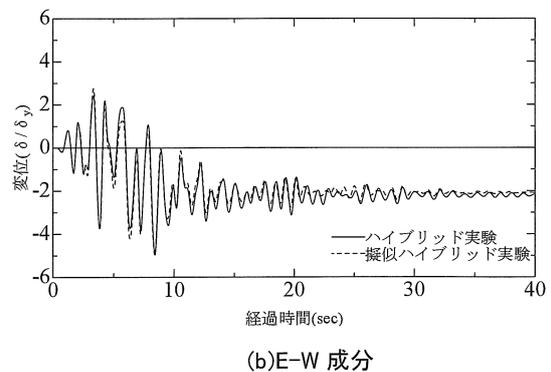
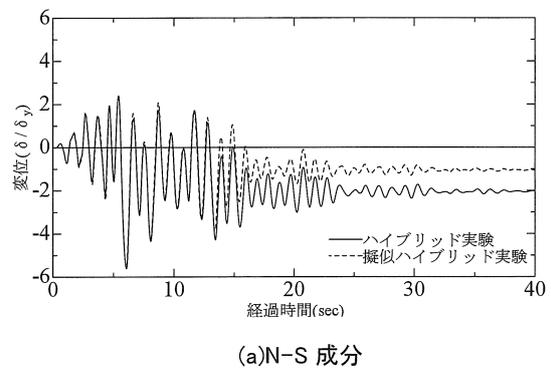


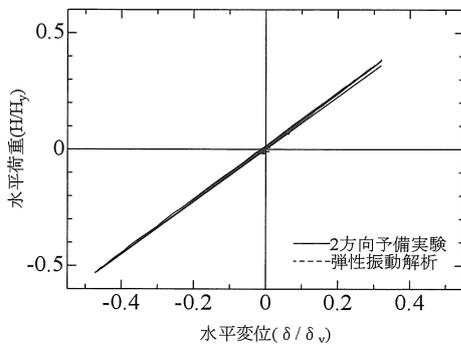
図-7 変位時刻歴曲線

似ハイブリッド実験の変位の差が小さい。今後、最大変位の影響や地震波の違いを考慮し改良する必要がある。

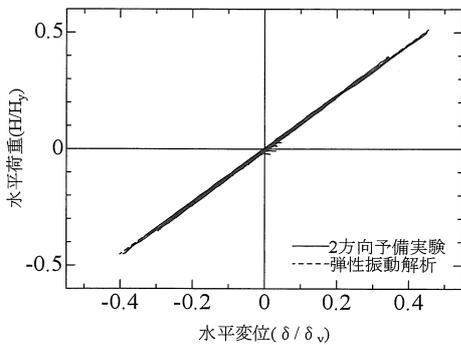
#### 4・2 2方向ハイブリッド実験結果

##### 4・2・1 実験システムの精度の検証

本研究では2方向ハイブリッド実験の精度を検証するために10%入力地震波の2方向ハイブリッド実験結果とその結果から算出した初期剛性を用いた1方向の弾性振動解析結果の2つを比較する。復元力に関するN-S成分およびE-W成分の比較をそれぞれ図-8(a)、(b)に示す。同様に、変位時刻歴に関するN-S成分およびE-W成分の比較を図-9(a)、(b)に示し、比較した結果を表-3にまとめる。

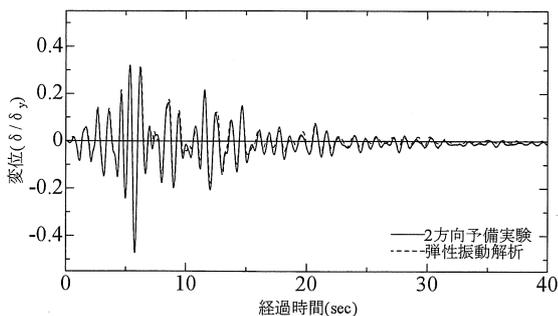


(a)N-S 成分

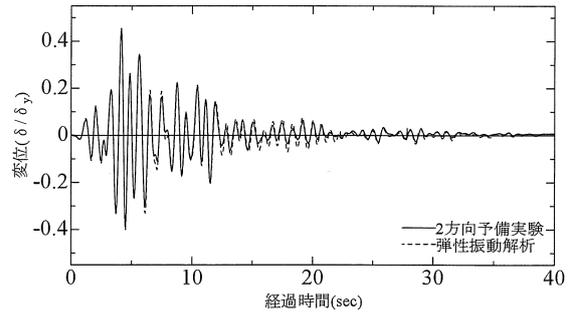


(b)E-W 成分

図-8 復元力履歴曲線



(a)N-S 成分



(b)E-W 成分

図-9 変位時刻歴曲線

表-3に示すように、両方向で最大変位の差はN-S成分で降伏変位の1.5%とわずかであった。これより、2方向ハイブリッド実験の制御精度は弾性範囲内では十分であるといえる。

表-3 最大変位(δ/δy)比較

	N-S成分最大変位(δ/δy)	E-W成分最大変位(δ/δy)
2方向ハイブリッド実験	-0.472	0.449
1方向弾性振動解析	-0.457	0.454
変位差(δ/δy)	0.015	0.005

#### 4・2 2方向ハイブリッド実験結果

##### 4・2・2 応答変位

JR 鷹取駅観測地震動の入力地震波のN-S、E-W成分を同時入力して2方向ハイブリッド実験を行った結果、図-10に実線で示すような応答変位履歴曲線が得られた。同じ入力地震波のN-S、E-Wそれぞれの1方向ハイブリッド実験結果を合成した2方向変位履歴を図-10に破線で示す。

1方向载荷実験結果を合成した結果は、試験体の損傷が他方向载荷の影響を受けていない仮想の橋脚の挙動を示すもので、現設計法の基礎となっている考えに立つものである。

図-10が示すように1方向実験結果と2方向実験結果では実験後の残留変位が異なり、2方向実験は南4.18δy、西に0.74δy残留したのに対して、1方向実験では南に2.03δy、西に2.15δy残留する結果となった。

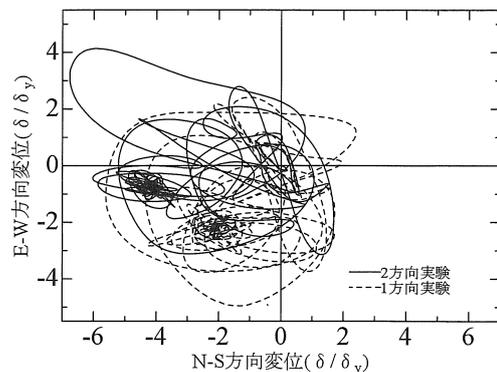


図-10 応答変位履歴曲線

図-10 の履歴のうち両者の相違を明確にするために 5 秒間隔ごとに分けて描いた図を図-11(a)から(h)に示す。同図から両者の差は 0~5 秒の間ですでに生じはじめ、5~10 秒で顕著な差が現れていることが分かる。10~15 秒からあとは両者の動きの中心位置のずれが拡大していく。しかし各周期ごとの振幅は大差がない。

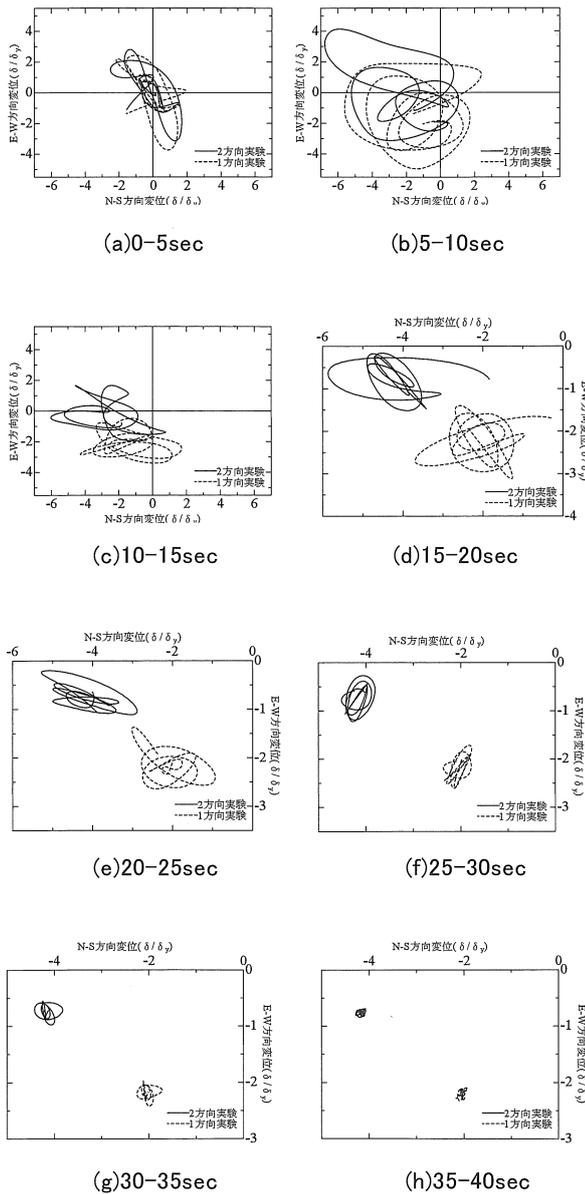


図-11 応答変位履歴曲線(5 秒間隔)

2 方向と 1 方向荷重実験における応答変位時刻歴曲線の N-S 成分と E-W 成分の比較を図-12(a)、(b)に示す。同図から両者の差は 3~9 秒の間から生じ始めていることがわかる。

ほぼ全域にわたって 1 方向と 2 方向荷重における振幅はほぼ同じ値を示しているが、振幅の中心位置は図中矢印

の約 6 秒あたりからずれている。2 方向実験の最大変位は N-S 成分、E-W 成分それぞれほぼ同じ時刻で生じていることから他方向からの荷重が影響して生じたと考えられる。

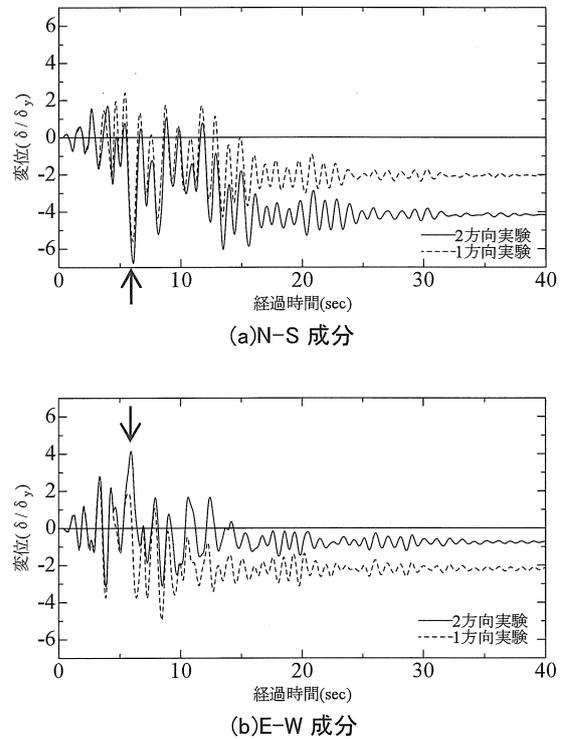


図-12 応答変位時刻歴

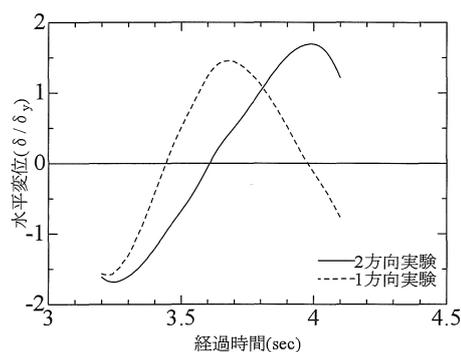
#### 4.2.2 水平荷重-変位履歴曲線

1 方向および 2 方向ハイブリッド実験の水平荷重-水平変位履歴の比較を N-S 成分について図-13(a)、E-W 成分について同図(b)に示す。2 方向荷重実験の結果は 1 方向荷重実験の結果と比較するために、N-S および E-W 成分に分けて示している。図-13(a)より N-S 成分の水平荷重の最大値は 1 方向実験では  $1.75H_y$  を超えたのに対し、2 方向実験では  $1.50 H_y$  以下であった。一方、E-W 成分の最大水平荷重は 1 方向実験で  $1.61 H_y$ 、2 方向実験で  $1.60 H_y$  とほぼ同じ値を示している。

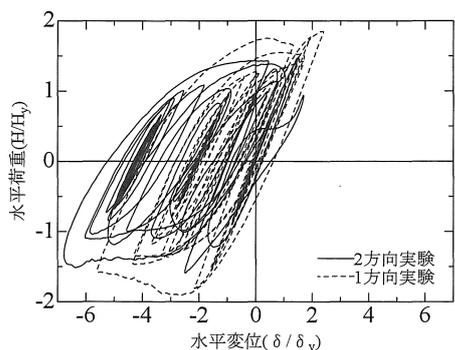
2 方向実験の N-S 方向の水平荷重が低下した原因は、前述のように N-S 方向の荷重が最大値に達する付近で、N-S 方向と直角方向に大きな変位が生じているためと考えられる。

このことを 3.2~4.1sec の水平荷重-変位履歴について着目し調べる。この時間の N-S 成分の水平荷重-変位履歴を図-14 に示す。同図より、水平荷重は変位  $0.25 \delta_y$  から  $0.5 \delta_y$  の区間で 1 度わずかに低下し、再び増加するという履歴を示した。すなわちこの区間で剛性がほぼ 0 になっており、大きな変位が生じやすくなったといえる。

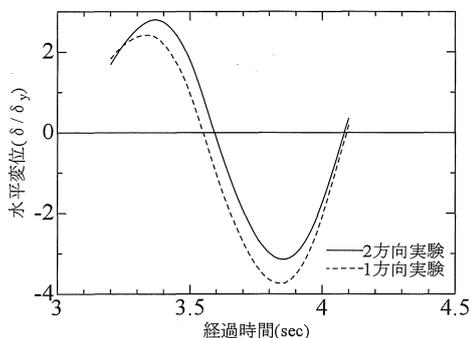
この時間の応答変位時刻暦を再掲すると図-15(a)のようになり、剛性低下の影響で2方向载荷実験の応答変位(図中実線)が1方向载荷実験(図中破線)より大きく表われている。また、図-15(b)より、同じ時間帯のN-S方向と直交するE-W方向の変位が著しく増大( $+2.7\delta_y \sim -3.1\delta_y$ )しており、これがN-S方向の剛性低下の原因と考えられる。1方向载荷も同程度の変位が生じているが、N-S、E-W方向で実験は独立しているため、この値は1方向载荷のN-S方向には無関係である。



(a)N-S 成分変位時刻暦曲線

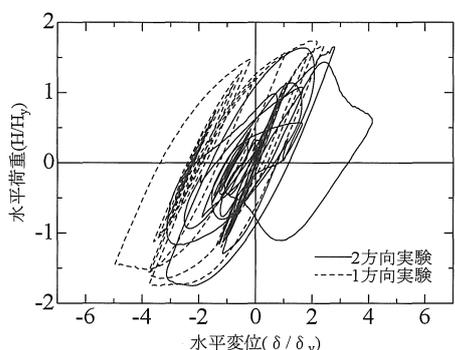


(a)N-S 成分



(b)E-W 成分変位時刻暦曲線

図-15 変位時刻暦(3.2~4.1sec)



(b)E-W 成分

図-13 変位時刻暦曲線

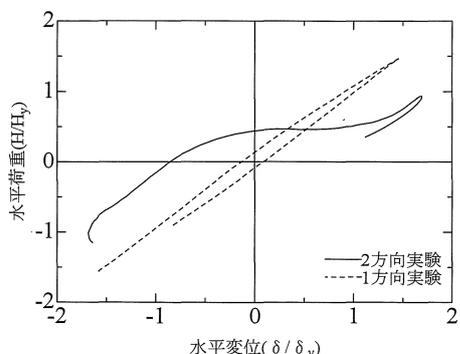


図-14 N-S 方向復元力履歴曲線(3.2~4.1sec)

#### 4・2・3 エネルギー吸収量

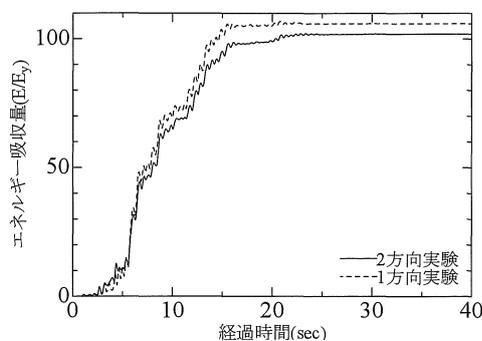
水平2方向および1方向ハイブリッド実験のエネルギー吸収量の比較を図-16(a)、(b)に示す。N-S、E-Wのエネルギー吸収量を比較すると、1方向実験、2方向実験ともにN-S成分のエネルギー吸収量が大きく、供試体が受けた損傷も大きい。しかし、エネルギー吸収量はN-S成分では1方向実験が、E-W成分では逆に2方向実験の方が大きくなっており、一定の傾向はみられない。これはこの地震波の特性によるものと考えられる。全体的特長を把握するには、さらに多数の入力地震波のデータを用いた実験とそれらの結果の検討が必要になるものと考えられる。

#### 4・2・4 残留剛性

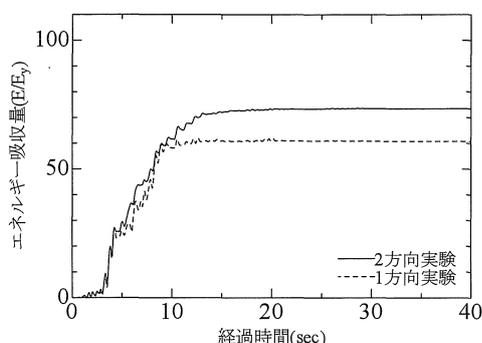
残留剛性は、地震後の橋脚の損傷や復旧性を表す重要な指標である。本研究では、ハイブリッド実験の終了後に微小振幅の変位を与えて供試体の残留剛性を計測した。

2方向実験の実験後の残留剛性はN-S方向で1方向実験より10%程度低下している。E-W方向では約2%の低下がみられた。このことから1方向実験に比べると2方向実験のほうが供試体の損傷が大きいといえる。今後、他方向からの変位の影響、加速度の影響を考慮し地震

波と損傷の関係を明らかにするために、多数の様々な地震波データを用いた実験を行い、それらの結果とそれらの検討を行う必要があると考えられる。



(a)N-S 成分



(b)E-W 成分

図-16 累積エネルギー吸収量時刻歴曲線

## 5. 結論

本研究では、はじめに大型荷重システムを用いた水平 2 方向ハイブリッド実験装置を開発した。つぎに、1 方向ハイブリッド実験を行い、擬似ハイブリッド実験手法を提案した。さらに、2 方向ハイブリッド実験、1 方向ハイブリッド実験を行い、結果の比較を行うことにより両者の相違および 2 方向荷重の意義を明らかにした。本研究で得られた結論は以下のようにまとめられる。

- 1) 本研究で開発した擬似ハイブリッド実験システムにより、1 方向荷重実験の挙動をほぼ正確に把握することができた。
- 2) 大型の供試体を用いた大荷重(水平最大 100 t)の荷重が可能な 2 方向ハイブリッド実験システムを完成させることができた。変位の計測装置についてはさらに改善の余地がある。
- 3) 正方形補剛箱型断面の単柱式鋼製橋脚に対して、1 方向のみの地震波を入力する実験と水平 2 方向地震

波を同時入力する実験を行い、比較を行った。最大荷重は 1 方向荷重実験が 2 方向荷重実験に比べ N-S 方向で約 20%、E-W 方向で約 5% 過大に評価されている結果となった。実験は 1 例だけであるため確定的なことは言えないが、実地震の挙動を表わす 2 方向荷重の耐力が低いことから現行の設計法は危険側にある恐れがある。

- 4) 2 方向荷重実験と 1 方向荷重実験の最大変位のずれは荷重方向と直交する方向からの荷重によるものといえる。また、1 方向荷重実験も 2 方向荷重実験も振幅とエネルギー吸収量に大きな差はみられなかった。
- 5) 1 方向実験と 2 方向実験の実験後の残留剛性は、N-S 方向で 1 方向実験より約 10%、E-W 方向で約 2% 低下している。このことから 2 方向同時入力を受ける場合、一方向のみに比べ供試体の損傷が大きいいといえる。

## 参考文献

- 1) 宇佐美勉、今井康幸、青木徹彦、伊藤義人：繰り返し荷重を受ける鋼圧縮部材の強度と変形能に関する実験的研究、構造工学論文集、Vol. 37A、1991、pp. 121-134
- 2) 鈴木森晶、宇佐美勉、竹本潔史：鋼製橋脚モデルの静的および準静的挙動に関する実験的研究、土木学会論文集、No. 507/I-30、pp.99-108、1995.1
- 3) 青木徹彦、大西哲広、鈴木森晶：水平 2 方向荷重を受ける正方形断面鋼製橋脚の耐震性能に関する実験的研究、土木学会論文集 A、Vol. 63、716-726、2007.10
- 4) 宇佐美勉：ハイダクティリティー鋼製橋脚、橋梁と基礎、Vol. 31、No. 6、pp. 30-36、1997.6
- 5) 社団法人日本道路協会：道路橋示方書・同解説Ⅱ鋼橋編、丸善、2002.4
- 6) 社団法人日本道路協会：道路橋示方書・同解説、V 耐震設計編、1996 年 12 月
- 7) Pui-Shum B. Shing and Manit. Vannan and Edward Cater : IMPLICIT TIME INTEGRATION FOR PSEUDODYNAMIC TESTS, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 20 pp. 551-576, 1991
- 8) 中島正愛、赤澤隆士、坂口 理：実験誤差制御機能を有したサブストラクチャ仮動の実験のための数値積分法、日本建築学会構造系論文報告集、第 454 号、pp. 61-71、1993 年 12 月
- 9) 永田聖二、渡邊学歩、川島一彦：3 次元ハイブリッド荷重実験におけるアクチュエータによる P- $\Delta$ 効果の補正法、土木学会論文集、No801/I-73、197-212、2005.10