

# 高輝度電子銃の特性解析のための陰極形状モデリング法

## Modeling of Tip Evolution of Point Cathode for Numerical Analysis of High Brightness Electron Gun

森本 泰介<sup>†</sup>, 飯吉 僚<sup>††</sup>

Taisuke MORIMOTO, Ryo IIYOSHI

**Abstract** To study the operating characteristics of a high brightness electron gun, the modeling of the tip evolution of a point cathode was combined with the electric field solver using the surface charge method. The modeling is based on a numerical integration of differential equation describing matter transport phenomena caused by surface diffusion of atoms. The combined program makes it possible to model the tip evolution including the effect of field force acting in opposite directions to surface tension force. The tip evolution under high electric field was examined for different initial tip radii. The cathode maintains a small tip radius for a long period of time, which is caused by the field force. The modeling provides the time variations of the tip shape and the field distribution along the tip surface.

### 1. はじめに

高輝度電子銃の電子源には鋭い先端をもつタングステンポイント陰極が使用されている。ポイント陰極の先端は 0.2 - 1  $\mu\text{m}$  程度の小さな曲率半径をもつ<sup>1-3)</sup>。この先端に発生する高電界が電子放出密度を増加して、電子ビームの輝度を高くする。陰極先端の電界の値は電子放出密度を決定する値であり、実際に使用される電子銃の動作の評価や最適化にとって特に重要な値である。

電子銃の特性を解析する場合には、電子銃内部の電界を数値解析することと、陰極から放出される電子の軌道を解析して電子ビームの特性を評価することが必要である。電子銃の電界解析には表面電荷法や電荷重畳法などの境界計算法が使用されている<sup>4)</sup>。陰極先端の電界を十

分な精度で解析するためには、境界条件となる電極モデルの形状や配置を正確に考慮する必要がある。特に、陰極の形状には正確さが求められる。

ポイント陰極の先端部は、図 1 に示すように球状の先端部と円錐部が滑らかにつながった形状をしている。電界解析のための陰極モデルを作成する方法の一つに、先端の球状部と円錐部の表面座標を補間する方法がある。しかし、この方法で作成した陰極モデルを用いて電界を解析すると、球状部と円錐部の接続部（ネック）で表面電界分布は不連続になるという問題が現れる。この原因は、境界条件として与えた陰極表面座標の滑らかさが不足していることにある。補間点の調整を繰り返しても、陰極表面の電界分布は改善できないことが多い。これは数値解析によって陰極先端の形状と電子銃特性との関係を比較・検討する場合に問題になる。

陰極の先端形状に関する代表的な研究として Barbour<sup>5)</sup>の研究がある。Barbour らは陰極先端表面原子の拡散速度が Herring の理論に従うことを実験によって明らかにし、拡散速度の理論式を基に拡散係数や表面張力を求

<sup>†</sup> 愛知工業大学 大学院 工学研究科  
電気電子工学専攻 (豊田市)

<sup>††</sup> 愛知工業大学 工学部 電気学科  
電子工学専攻 (豊田市)

めている。また、Binh と Uzan<sup>6)</sup>は表面原子の拡散速度を基に陰極の形状変化を数値解析する方法を採用して、予備加熱の過程で発生する形状変化を調べている。

拡散速度を基に陰極先端形状を数値解析(モデリング)して、この形状を電界解析に使用すれば陰極先端部の電界解析精度の向上が期待できる。本研究は電界解析精度を向上する目的で開始した。すでに拡散速度と蒸発ロスの影響を考慮した陰極形状モデリング用プログラムを試作して、(1)加熱温度や加熱時間を調整すれば異なる先端半径をもつ陰極形状が得られること、(2)モデリングした形状を電界解析に使用すれば解析精度は向上することを報告<sup>7)</sup>した。このモデリングは表面張力だけを考慮した拡散速度を使用しており、電界張力は考慮していなかった。

電界張力の影響を考慮するためには、モデリング法と電界解析法を統合して、陰極表面の電界分布を計算する必要がある。さらに、高電界の条件でモデリングを実施して、結果の妥当性を調べる必要がある。電界解析を統合して、陰極形状のモデリングと電界解析を逐次実行すれば、形状変化にともなって生じる電界の変化を明らかにすることも可能になる。本報告ではこれまでに得られている結果<sup>8)</sup>について述べたい。

## 2. 基礎方程式

陰極形状のモデリングには拡散速度と質量保存の法則から導いた表面移動速度を微小時間間隔で数値積分する方法を採用した。陰極表面上のある点 $s$ での表面原子の拡散速度 $\mathbf{J}_s(s)$ はHerringの理論から次式で与えられる<sup>5)</sup>。

$$\mathbf{J}_s(s) = -\frac{\Omega_0^2 D_0 \exp\left(-\frac{Q}{kT}\right)}{A_0 kT} \nabla_s \left[ \gamma \left( \frac{1}{r_1(s)} + \frac{1}{r_2(s)} \right) - \frac{\varepsilon_0 E^2(s)}{2} \right] \quad (1)$$

ここで $A_0$ はタングステン原子の表面積 $1.0 \times 10^{-19} \text{ m}^2/\text{atom}$ 、 $\Omega_0$ は体積 $1.58 \times 10^{-29} \text{ m}^3/\text{atom}$ 、 $D_0$ は拡散係数 $4.0 \times 10^{-4} \text{ m}^2/\text{sec}$ 、 $Q$ は活性化エネルギー $3.14 \text{ eV}$ である。また、 $k$ はボルツマン定数、 $T$ は陰極表面の温度、 $\gamma$ は表面張力、 $r_1(s)$ と $r_2(s)$ は陰極表面の直交する曲率半径、 $\varepsilon_0$ は真空誘電率、 $E(s)$ は表面電界、 $s$ は表面座標である。

図1に回転軸対称の陰極形状の断面を示す。電界張力に比べて表面張力が大きい場合には、陰極先端付近の拡散速度 $\mathbf{J}_s(s)$ は図1に示す向きになる。先端曲率半径が小さいと先端の表面原子は曲率半径が大きい円錐部に向かって移動する。この移動によって、先端曲率半径は増加し、先端位置は後退する。

質量保存の法則

$$\nabla_s \cdot \mathbf{J}_s(s) + v_n(s) = 0 \quad (2)$$

と式(1)から、表面移動速度 $v_n$ は次式で与えることができる。

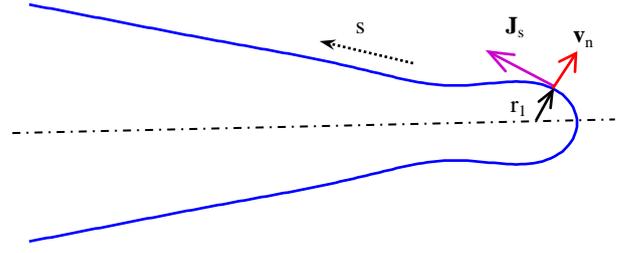


Fig. 1. Tip profile of a point cathode.  $r_1$  is one of the radii of principle curvatures ( $r_2$  is in another normal plane, that is perpendicular to this plane),  $\mathbf{J}_s$  is the diffusive flux,  $\mathbf{v}_n$  the surface migration velocity, and  $s$  is the surface length from the tip apex.

$$v_n(s) = B(T) \frac{\partial^2}{\partial s^2} \left[ \gamma \left( \frac{1}{r_1(s)} + \frac{1}{r_2(s)} \right) - \frac{\varepsilon_0 E^2(s)}{2} \right] \quad (3)$$

ここで

$$B(T) = -\frac{\Omega_0^2 D_0}{A_0 kT} \exp\left(-\frac{Q}{kT}\right) \quad (4)$$

である。表面張力 $\gamma$ は等方的と仮定した。

表面位置の移動は表面移動速度(式(3))を微小時間間隔 $\delta t$ で数値積分することにより求める。表面位置が移動すると、表面座標や曲率、表面電界分布は変化する。形状変化はこれらの値と表面移動速度を微小時間で繰り返し計算する方法を採用して求めた。

## 3. モデリング方法

電界張力を考慮したモデリングは以下の手順で進めた。

- (1) 陰極表面 $s$ を微小区間 $\Delta s$ に分割
- (2) 各分割区間の曲率を計算
- (3) 表面電界 $E(s)$ を計算
- (4) 表面移動速度 $v_n$ を計算
- (5) 移動距離 $v_n(s)\delta t$ を計算
- (6) 表面を $v_n(s)\delta t$ 移動
- (7) 蒸発ロスを考慮して表面を移動

(1)~(7)の計算を微小時間間隔 $\delta t$ で繰り返し行って、表面位置の時間変化を求めた。表面位置の大きな変化はモデリングの精度を低下する原因になる。精度を保つために、時間間隔 $\delta t$ は表面移動の最大値 $\max|v_n(s)\delta t|$ が $1 \text{ nm}$ 以下の値になるように調整した。後で述べる時間は $\delta t$ の総和である。蒸発ロスは蒸発速度

$$e_v = 2.31 \times 10^7 \times \frac{1}{\sqrt{T}} \exp\left[\frac{-104502}{T}\right] \quad (5)$$

を使用して計算した。

#### 4. モデリング条件

電界解析には表面電荷法を使用した。電極モデルを図2に示す。これはショットキー放出型電子銃の代表的な電極モデル<sup>9)</sup>である。陰極突出し距離は0.25 mm、シールド電極と第1陽極の間隔は0.8 mm、開口部直径は0.4 mmである。電界は陰極電圧0 V、シールド電圧-300 V、第1陽極電圧4.3 kVの条件で解析した。陰極先端の表面電界 $E(0)$ は第1陽極電圧と先端位置によって決まる。電界解析は第1陽極電圧を調整して先端の電界を一定にした場合についても行った。

陰極形状のモデリングは陰極の先端から12  $\mu\text{m}$ の範囲とした。陰極モデルの初期形状を図3に示す。形状(a)は曲率半径0.6  $\mu\text{m}$ の半球先端と半角10°の円錐部を補間して作成したものである。形状(b)は予備加熱を想定してモデリングした結果であり、先端曲率半径は0.57  $\mu\text{m}$ 、円錐半角は9.8°である。陰極温度はショットキー陰極を使用する1,800 Kとした。陰極の表面張力は $\gamma = 1.41 \text{ N/m}^{10}$ の値を用いた。

陰極の表面分割区間 $\Delta s$ は、 $\delta t$ の総和が1,200時間になるまでモデリングするときには0.1  $\mu\text{m}$ 、8,760時間ときには0.15  $\mu\text{m}$ とした。モデリングした陰極の曲率半径は先端( $s=0$ )の曲率で評価した。

#### 5. モデリング結果

##### 5・1 第1陽極電圧一定の場合

第1陽極4.3 kVでモデリングを行った結果を図4に示す。陰極先端から10  $\mu\text{m}$ の範囲を示している。初期形状は図3(a)の場合であり、1,200時間までの形状変化である。初期形状は黒、305時間後の形状は赤、602時間後の形状は緑、910時間後の形状は水色、1,200時間後の形状は青で示している。先端曲率半径ははだいに増加し、先端位置ははだいに後退していきることがわかる。1,200時間後に先端の曲率半径は0.83  $\mu\text{m}$ 、後退距離は $\Delta z = -0.83 \mu\text{m}$ になる。こうした陰極先端の変化は先端電界を低下する原因になり、電界張力は弱くなる。

陰極表面の電界強度分布を図5に示す。横軸は陰極表面の長さ $s$ であり、各分布は図4に示した形状に対応する色で示している。電界は先端 $s=0$ で最大になる。先端は曲率半径を増加しながら後退していき、先端電界強度 $E(0)$ は時間とともに減少していく。

初期形状の電界分布は $s=1-1.7 \mu\text{m}$ の範囲で他の分布と異なる変化をしている。この変化は半球先端と円錐部を補間して陰極モデルを作成したためであり、表面座標にわずかではあるが不連続な部分が残っているためである。表面電界分布は表面の平滑さに敏感に依存する。形状モデリングを進めると、表面は平滑化されるので不連

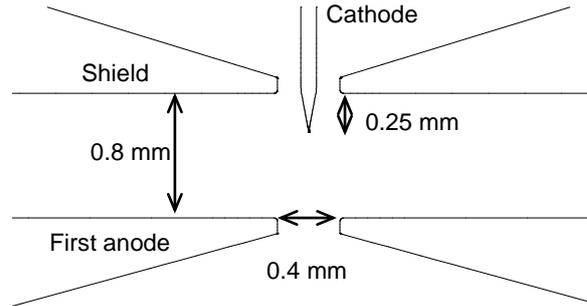


Fig. 2. Electrode model for field determination. Electrode system of Schottky emission gun is utilized.

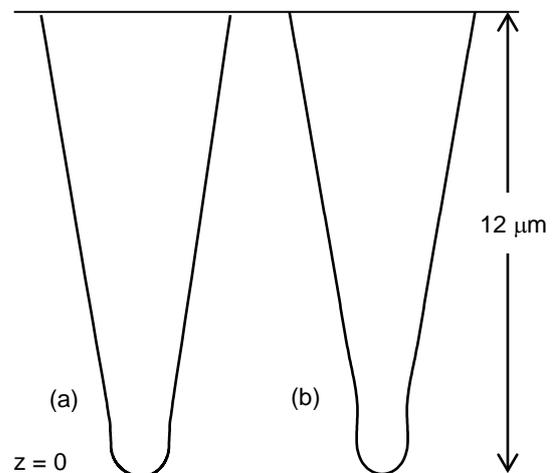


Fig. 3. Initial shape of the cathode tip. (a) Cathode tip obtained by interpolating a hemi-sphere on a cone, the tip radius 0.6  $\mu\text{m}$ , the half cone angle 10°. (b) Cathode tip obtained by the modeling with no field force, the tip radius 0.57  $\mu\text{m}$ , the half cone angle 9.8°.

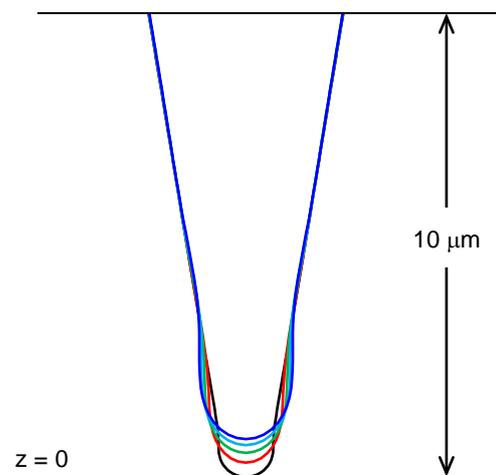


Fig. 4. Modeled shapes at the anode potential 4.3 kV.  $T=1,800 \text{ K}$ . Modeling was done using the initial shape shown in Fig. 3(a). After 1,200 hours, the tip radius increases to 0.83  $\mu\text{m}$  and the tip position recedes to  $z = -0.83 \mu\text{m}$ .

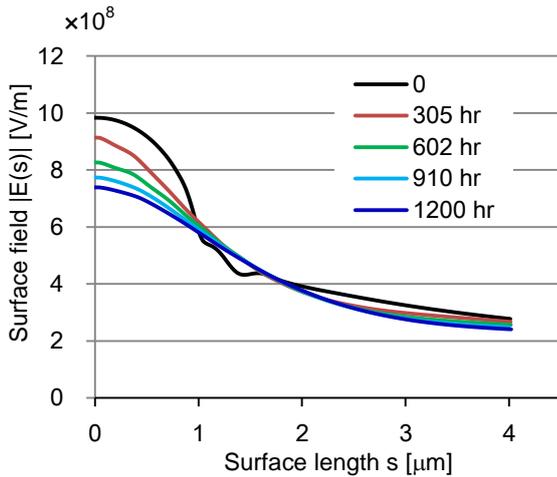


Fig. 5. Distribution of the field  $|E(s)|$  along the cathode surface. Modeling was done using the initial shape shown in Fig. 3(a). The tip field  $|E(0)|$  decreases as increasing the tip radius and the tip recession.

続な部分は消失する。電界張力を考慮したモデリングにおいても、電界解析精度は向上していることがわかる。

### 5・2 先端電界強度を一定に保った場合

第 1 陽極電圧を調整して先端の電界強度を  $8.5 \times 10^8$  V/m 一定に保った場合についてモデリングを行った。陰極の初期形状は図 3(b)とした。モデリング結果を図 6 に示す。陰極先端から  $12 \mu\text{m}$  の範囲を示している。初期形状は黒、1,200 時間後の形状は青で示している。電界を上記の値に保つと、先端曲率半径の増加や先端の後退は抑えられる(図 4 と比較)。1,200 時間後の先端曲率半径は

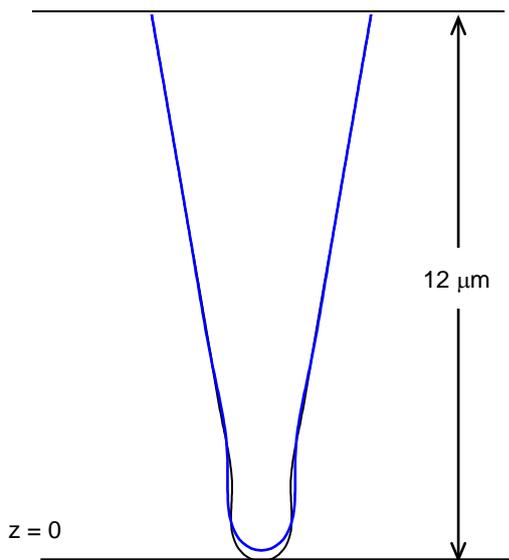


Fig. 6. Modeled shapes at the field strength  $8.5 \times 10^8$  V/m.  $T=1,800$  K. Modeling was done for the initial shape given in Fig. 3(b). After 1,200 hours, the tip radius of  $0.57 \mu\text{m}$  remains unchanged and the tip position recedes by  $-0.24 \mu\text{m}$ .

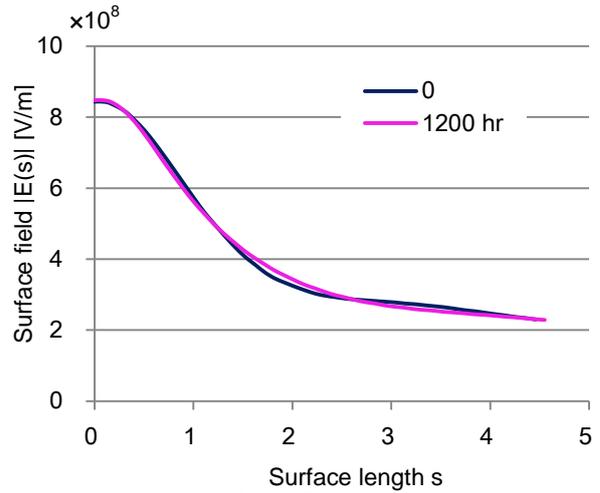


Fig. 7. Distribution of the field  $|E(s)|$  along the cathode surface. Modeling was done using the initial shape shown in Fig. 3(b).

$0.57 \mu\text{m}$  であり、初期形状と同じ値であった。先端位置の後退は  $-0.24 \mu\text{m}$  に減少した。陰極先端の形状は楕円体になっている。ネック部分にくびれはなく円筒に近い形状をしていて、円筒部と円錐部は滑らかにつながっている。先端にファセットはないが、ネックから円錐部分の形状はショットキー陰極<sup>11)</sup>に近い形状になっている。

表面電界分布を図 7 に示す。予備加熱した陰極モデル(図 3(b))を初期形状にしているの、滑らかな表面電界分布が得られている。先端電界強度を  $8.5 \times 10^8$  V/m 一定に保つと、 $s \leq 4.5 \mu\text{m}$  の範囲の電界分布は、1,200 時間後もほぼ同じ値になる。

一定の先端電界強度を与える第 1 陽極電圧は、先端曲率半径や先端位置に依存して変化する。第 1 陽極電圧の時間変化を図 8 に示す。先端位置が後退するために第 1 陽極電圧は、1,200 時間後  $60$  V 程度高い値なる。第 1 陽極電圧ははじめ減少して 150 時間後に最小になり、その後

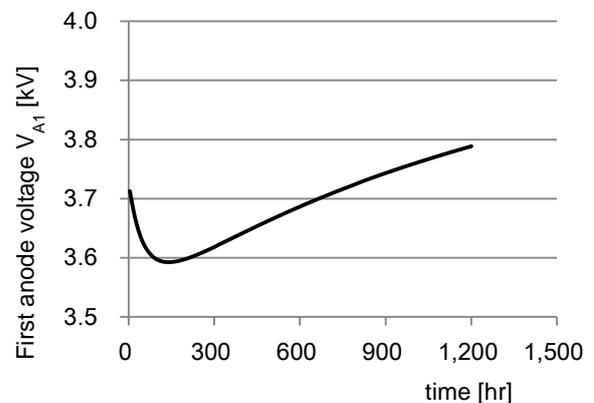


Fig. 8. Variation of the anode voltage giving the tip field  $-8.5 \times 10^8$  V/m. The value varies from 3.71 kV to 3.77 kV after 1200 hours.

徐々に増加している。電圧がはじめに減少しているのは、予備加熱を想定した初期形状のモデリングが電界張力を考慮していないために生じている。電界張力を考慮すると先端形状と位置は変化するために、このような電圧変化が発生する。

## 6. 電界張力が陰極形状に及ぼす効果

### 6・1 電界張力がない場合との比較

電界張力が陰極形状に及ぼす効果を調べるために、第1陽極電圧を0 Vにした条件で形状をモデリングして、先端に高電界を印加したときの結果と比較した。陰極の初期形状はどちらも図3(b)に示した形状にした。モデリングした形状の比較を図9に、先端曲率半径の時間変化を図10に示す。形状は先端から12  $\mu\text{m}$  の範囲を示している。(a)は電界張力がない場合、(b)は電界張力が働いている場合である。電界張力がない場合、先端曲率半径は0.93  $\mu\text{m}$  まで増加し、先端位置は-1.1  $\mu\text{m}$  まで後退する。一方、電界張力が働いている場合は、すでに述べたように先端曲率半径は初期形状と同じ値0.57  $\mu\text{m}$  を保ち、先端位置は-0.24  $\mu\text{m}$  後退するだけである。比較したモデリング結果は、電界張力の作用が大きいことを示している。電界張力を考慮すると表面移動速度(式(3))は減少するので、先端曲率半径や先端位置の変化は小さくなる。

### 6・2 先端曲率半径を変えた場合

先端曲率半径の異なる陰極モデルを用意して、初期形状が形状変化に与える影響について調べた。初期形状は予備加熱を想定したモデリングで作成した。予備加熱の温度を2,600 Kとして、加熱時間15 min、30 min、45 minの形状をモデリングして先端曲率半径の異なる陰極モデルを作成した。各加熱時間でモデリングした陰極の先端曲率半径は0.49、0.57、0.63  $\mu\text{m}$ 、各陰極モデルの円錐半角は9.8°であった。

モデリングは先端電界強度 $8.5 \times 10^8$  V/m一定の条件で、 $\delta t$ の総和が8,760時間(1年)になるまで進めた。先端曲率半径の時間変化を図11に示す。先端半径はどの陰極もはじめ減少したあと増加している。どの陰極も8,760時間経過すると先端曲率半径は約0.62  $\mu\text{m}$ になる。円錐半角が同じ陰極は、同じ曲率半径に向かって増加する。先端曲率半径が大きい陰極(0.63  $\mu\text{m}$ )を使用すると半径の変化を小さく保つことができる。

先端曲率半径の増加速度は時間が経過するとともに減少している。その後は一定の値に収束していくものと予想できる。先端曲率半径が収束値に到達する時間は、表面張力と電界張力の効果が相殺し合っただけで拡散速度(式(1))が0になる、すなわち平衡状態に到達する時間である。図11に示した結果は平衡状態に至る前の変化を示している。

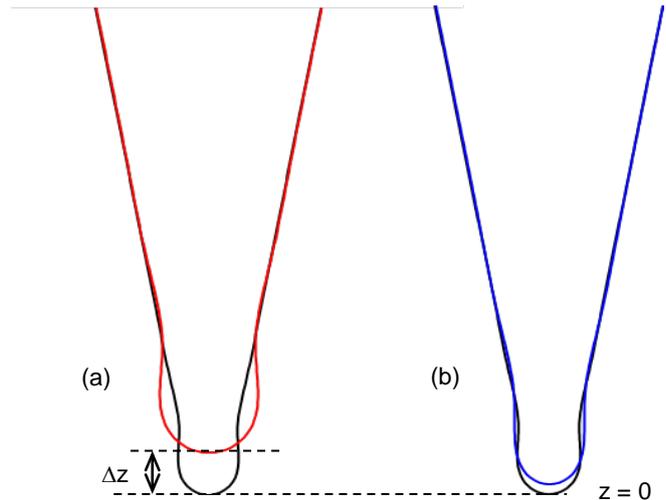


Fig. 9. Comparison of the modeled shapes. (a) no field and (b)  $8.5 \times 10^8$  V/m. 1800 K. 1,200 hours. Modeling was done for the initial shape shown in Fig. 3(b).

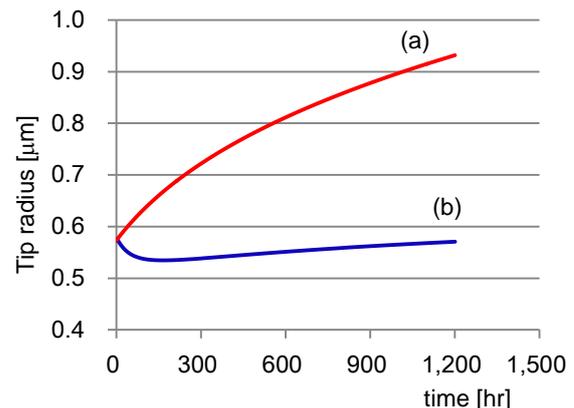


Fig. 10. Variation of the tip radius of the modeled shape shown in Fig. 9(a) and (b).

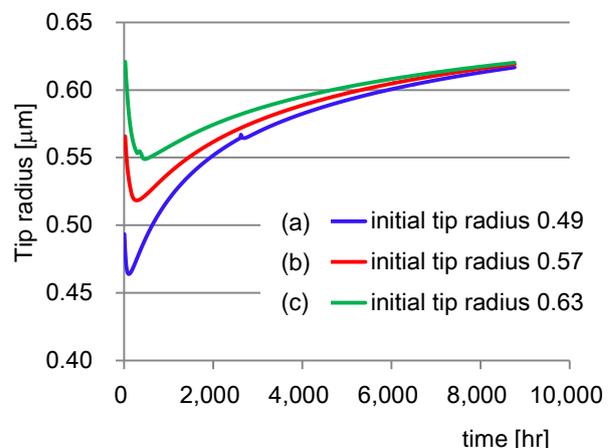


Fig. 11. Variation of the tip radius for different initial values. (a) 0.49  $\mu\text{m}$ , (b) 0.57  $\mu\text{m}$  and (c) 0.63  $\mu\text{m}$ . The radii converge to 0.62  $\mu\text{m}$ , when the tip field is kept at  $8.5 \times 10^8$  V/m.

## 7. まとめ

電界解析法を統合したあと、電界張力・表面張力・蒸発の影響を考慮した陰極形状モデリングを実施した。電界解析にはショットキー放出型電子銃の電極系を使用した。電界張力を考慮すると、表面原子の拡散速度は減少する。このため、陰極先端の曲率半径の増加は抑制され、先端の後退も小さくなることを示した。先端曲率半径の初期値を変えて行ったモデリングでは、曲率半径が一定の値に収束する傾向を示すこと、収束は表面張力と電界張力の効果が平衡状態に向かうために生じていることを説明した。電界解析を統合したモデリング法は、陰極表面移動速度の解析と電界解析を微小時間間隔で繰り返し進める方法であるので、形状変化にともなう電界分布の変化を明らかにできる利点をもつ。

### 参考文献

- 1) K. Ozaki, T. Ohye, N. Tamura, Y. Uchikawa: *J. Electron Microsc.*, 30, 281 (1981)
- 2) R. Iiyoshi, S. Maruse: *J. Electron Microsc.*, 44, 326 (1995)
- 3) S. Sakawa, K. Tsunoda, Y. Terui: *Surf. Interface Anal.*, 35, 11 (2003)
- 4) 電子・イオンビームハンドブック, 127-133, 350-370 日本学術振興会第 132 委員会編, 日刊工業新聞社 (1998)
- 5) J.P. Barbour, F.M. Charbonnier, W.W. Dolan, W.P. Dyke, E.E. Martin, J.K. Trolan: *Phys. Rev.*, 117, 1452 (1960)
- 6) V.T. Binh, R. Uzan: *Surf. Sci.*, 179, 540 (1987)
- 7) R. Iiyoshi: *Nucl. Instr. Meth. Phys. Res., A* 645, 316 (2011)
- 8) 森本泰介, 飯吉僚: 高輝度電子銃の特性解析のための陰極形状モデリング法, 平成24年度電気関係学会東海支部連合大会講演論文集, M1-5 (2012)
- 9) 石黒健一, 飯吉僚: ショットキー放出型電子銃の電子軌道解析と収差の評価, 愛知工業大学研究報告, Vol. 45-B, p77 – 86 (2010)
- 10) L. W. Swanson and G. A. Schwind: *Handbook of Charged particle Optics*, 77 (CRC Press, Boca Raton FL), (1997)
- 11) A. Bahm, G. Schwind, L. Swanson: *J. Appl. Phys.*, 110, 054322 (2011)

(受理 平成 25 年 3 月 19 日)