

身体運動における筋力，筋パワーの推定，評価に関する研究

加藤厚生* 三田勝己** 赤滝久美** 鈴木伸治*** 野中壽子† 伊東保志†† 添田敏視†††

*愛知工業大学電子工学科 **愛知県心身障害者コロニー発達障害研究所
***伊豆医療福祉センター †名古屋市立保育短期大学（現名古屋市立大学）
††鈴鹿医療科学技術大学 †††セノー（株）

The purpose of the present investigation is to develop an estimation method of the isometric maximum strength from the Hill's characteristic equation, so called the P-V Curve. The method is referred to as the Maximum Correlation Method(MCM). The algorithm of the estimation is based on determination of the isometric maximum strength with the largest correlation efficient in the coordinate system in which the Hill's characteristic equation is transferred and linearized. The validity of the method was confirmed by a statical simulation. In practical application, more than seven points of measured data were found to be necessary for better estimation of the isometric maximum strength.

1. はじめに

等尺性最大筋力（Maximum Voluntary Contraction; MVC）は静的な状態で最大に発揮できる筋力をいう。このMVCは筋収縮能力を評価したり、トレーニング強度を決める指標として広く使われている。さらに、MVCの測定は比較的容易であり、複雑な解析を必要としないという簡便さも特徴である。しかしながら、MVCを測定する際に極めて大きな力を持続するために筋や腱に損傷を与えたり、骨折などによる傷害がある場合に正確なMVCを測定するのが難しいといった問題がある。つまり、MVCは筋力の指標として重要であるにも関わらず、測定時に発生する種々の問題点を持っている。そこで、本研究では動的な筋力から静的な最大筋力MVCを推定する方法を提案することにした。

A.V.Hill(1938)¹⁾はカエルの筋で力学特性を測定し、負荷と短縮速度の関係（P-Vカーブ）が双曲線関数で表現できることを明らかにした。金子²⁾はヒトの肘関節屈曲動作において双曲線関係が成り立つことを示すと同時に、これを直線関係に変換することによって Hill の特性方程式を推定する方法を提案した。しかし、この方法は MVC

を既知として特性方程式に含まれる 2 つの定数（熱定数，エネルギー遊離速度）を求めようとしたものである。若山ら³⁾は 3 点の動的筋力の測定値から Hill の特性方程式を求めている。この方法は 3 つの測定値から特性方程式の 3 つの未知数（MVC，熱定数，エネルギー遊離速度）を推定するのに相当し、測定誤差が直接推定精度に影響するという欠点をもつ。このように、現在、動的筋力から MVC を推定する有効な方法はみられない。

本研究では、動的筋力から MVC を推定する方法として最大相関法（Maximum Correlation Method; MCM）なる方法を提案する。そして、シミュレーションによりその妥当性を明らかにし、実用化をめざして測定点数についても検討する。

2. 理論（最大相関法）

2. 1 運動速度と筋力，筋パワーの記述

本研究はヒトを対象とするため、関節の回転運動で記述し、 F を筋力（筋トルク）、 V を関節の角速度とする。この場合の筋力と速度の関係を“F-Vカーブ”と呼ぶことにする。

等尺性最大筋力 F_m をもち、F-Vカーブから取り出した標本値を (V_i, F_i) ($i=1, \dots, n$) とすると

関係式は,

$$(F_i + a)(V_i + b) = b(F_m + a) \quad (1)$$

となる。ただし、 a は熱定数、 b はエネルギー遊離速度定数である。また、筋パワー P は F と V の積をとって,

$$P_i = V_i \left(b \frac{F_m + a}{V_i + b} - a \right) \quad (2)$$

となる。最大筋パワー P_0 は式(2)を最大にする値で

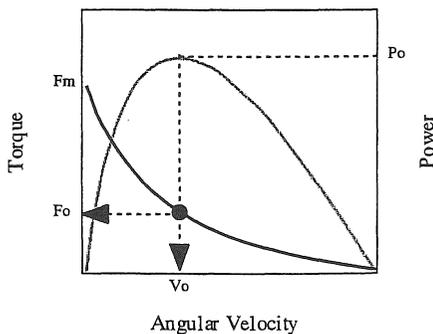


図 1 動的な筋運動における筋力および筋パワーと運動速度との関係

あり、このときの筋力および速度を F_0, V_0 で表す。

$$P_0 = F_0 V_0 \quad (3)$$

$$F_0 = a \left(\sqrt{\frac{F_m + a}{a}} - 1 \right) \quad (4)$$

$$V_0 = b \left(\sqrt{\frac{F_m + a}{a}} - 1 \right) \quad (5)$$

このように、 P_0, F_0, V_0 は等尺性最大筋力 F_m と定数 a, b によって規定できる (図 1)

2. 2 パラメータ推定法

F-V カーブに含まれるパラメータを推定するにあたり、 F と V が双線形関係にあることから、推定には非線形最適化法を利用する。この方法の適用に先立ちパラメータの初期値を以下の手順にしたがって決定する。

まず、式(1)を書き直すと、

$$F_i = b \frac{F_m - F_i}{V_i} - a \quad (6)$$

となり、 $((F_m - F_i)/V_i, F_i)$ は傾斜 b 、切片 $-a$ をもつ直線とみることができる。

ここで、速度 V_i において実測された筋力 F_i' を

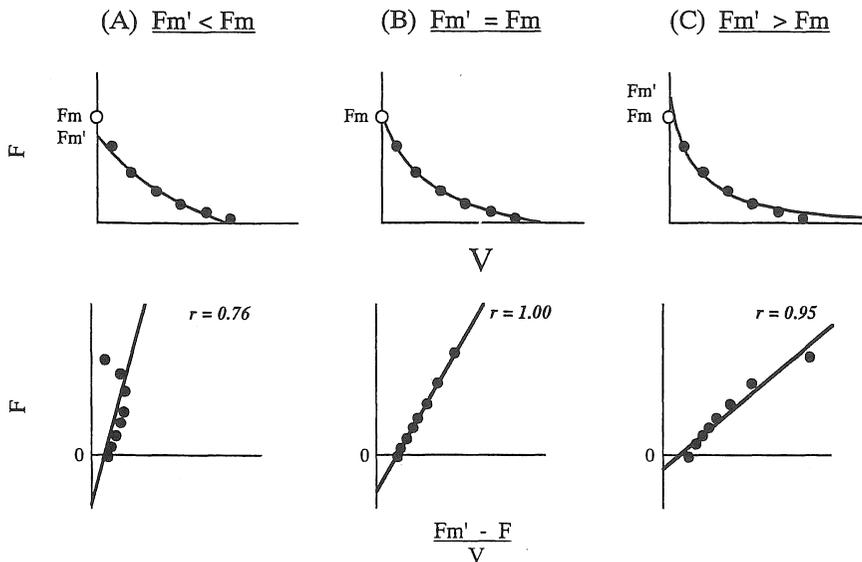


図 2 誤差をもつ等尺性最大筋力 (F_m') に対する筋力と運動速度との関係

考える。これは被験者の生理的あるいは心理的な状態によって本来持っている筋力より ΔF_i だけ隔たった値を示すことを考慮した。なお、 ΔF_i の期待値はゼロとする。

$$F_i' = F_i + \Delta F_i \quad (7)$$

$$E[\Delta F_i] = 0 \quad (8)$$

さらに、 (V_i, F_i') ($i=1, \dots, n$) から推定した等尺性最大筋力を F_m' とし、これが真値 F_m に対し ΔF_m の誤差をもつとする。

$$F_m' = F_m + \Delta F_m \quad (9)$$

そこで、 F_m' 、 (V_i, F_i') に関する Hill の特性方程式を考えると、

$$F_i' = b \frac{F_m' - F_i'}{V_i'} - a \quad (10)$$

あるいは、

$$F_i = b \frac{F_m - F_i}{V_i} - a + b \frac{\Delta F_m}{V_i} - b \frac{\Delta F_i}{V_i} + \Delta F_i \quad (11)$$

ここで、式(11)の両辺について期待値を考えると、

$$F_i = b \frac{F_m - F_i}{V_i} - a + b \frac{\Delta F_m}{V_i} \quad (12)$$

となる。式(12)は実測値から等尺性最大筋力が正しく推定できれば、つまり、 $F_m' = F_m$ の場合には、式(6)と同じ直線関係が得られることを意味する(図2)。一方、 $F_m' \neq F_m$ の場合には、右辺第3項の影響で湾曲することになる。そして、実測データはこの直線あるいは曲線の周りに位置する。

いま、 $((F_m' - F)/V, F)$ 平面において、実測値の相関係数を求めると、 $F_m' = F_m$ の時に最大になる。逆に、この平面上における相関係数が最大になるような F_m' を推定すれば、それが MVC の最適推定値となる。こうした意味を含めて、本方法を最大相関法と呼ぶ。

これらを初期値として非線形最適化法を適用

し、得られた結果をパラメータの最適推定値とする。本研究では非線形最適化法としてシンプレックス法^{4,5)}を用いた。評価関数 J はトルク誤差を最小にするように設定した。

$$J = \sum_{i=1}^n \left[F_i' - \left(b \frac{F_m' + a}{V_i + b} - a \right) \right]^2 \quad (13)$$

3. シミュレーションによる推定精度の検討

3.1 方法

最大相関法の妥当性をシミュレーションにより検討した。シミュレーションに用いた乱数は正規分布型⁶⁾とした。母集団である正規分布の標準偏差は F_m の 1~5% とした。この母集団の性質を保つように、測定点 100、試行数 100 の計 10,000 点をサンプルとして取り出した。推定精度は記述統計量により検討した。

シミュレーションでは、成人男子の膝関節伸展動作における筋収縮を想定し、Hill の特性方程式に現れる 3 つのパラメータの設定をおこなった。つまり、MVC である F_m は、従来の報告^{7,8)}をみると 20~30kgf·m であり、ここでは 25kgf·m とした。パラメータ a 、 b は最大伸展速度の測定結果が約 1,000deg/s であることを考慮して、 $a=7.5$ 、 $b=300$ とした。速度範囲は 0~500deg/s に設定した。

3.2 推定結果

図3は正規乱数の標準偏差に対するパラメータの推定精度および F-V カーブの残差 Re の変化をみたものである。正規乱数の標準偏差が増加に伴い、各推定値ともに誤差が増大する傾向を示した。 F_m の誤差は 0.4~2.1%、 P_0 は 0.2~1.0%、 F_0 は若干大きく 1.1~5.2% であった。一方、パラメータ a の推定精度は 4.8~24.2%、 b については 2.8~14.4% となり、 F_m 、 P_0 、 F_0 よりおおむね 1 桁大きな誤差を含んでいた。一方、F-V カーブの残差 Re は 0.1~0.6% とごくわずかであり、速度範囲 0~500deg/s であれば真の F-V カーブと良く一致したことになる。

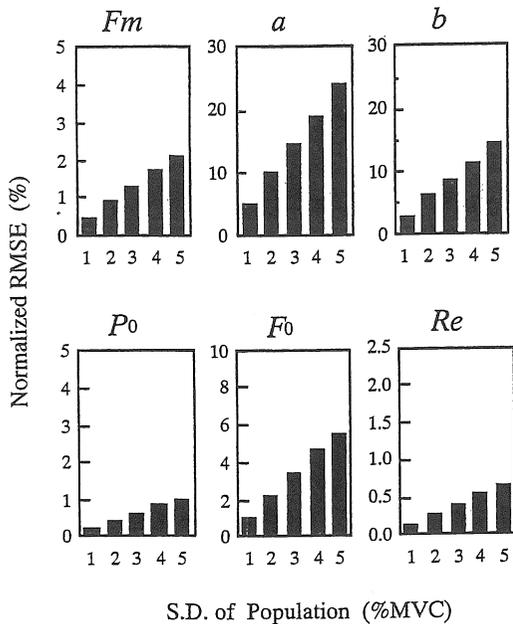


図3 正規乱数を用いたシミュレーションによって推定したパラメータ値の推定結果

4. 標本数に関する検討

4.1 方法

実際の測定状況を考えて上記で行った標本数 100 点では多すぎる。ここでは、実用性を配慮して推定に必要な最小限度の測定点数の検討をおこなうことにする。

標本点数は 10, 7, 5 点の 3 種類について検討した。乱数は正規分布型とし、測定の状況を考慮して母集団の標準偏差を 1~5%MVC の 5 種類とした。また、試行数は 100 回とした。

4.2 推定結果

各値の推定誤差は標本点数の増大につれて小さくなり、各標本点数内では正規乱数の標準偏差の増加に伴って増加する傾向を認めた(表1)。個別にみると、 P_0 が最も精度良く推定されており、標本数が 5 点、乱数の標準偏差が 5%の場合でも推定誤差は 5%であった。 F_m の目標推定誤差をおおむね 10%以下と設定してみると、標本数 5 点に

対して乱数の標準偏差が 1%以下の時、7 点では 3%以下、10 点では 5%以下の時であった。また、 F_0 に関しては、標本数 5 点に対して乱数の標準偏差が 1%以下の時、7 点では 2%以下、10 点では 3%以下の時であった。定数 a , b の推定誤差は F_m , P_0 , F_0 のそれに比べて 5~10 倍となった。しかし、F-V カーブの残差 Re は最も厳しい条件下でもおおむね 6%以下と少なかった。

5. 考察

5.1 パラメータ推定法の併用

本研究で注目した F-V カーブを含め非線形関数のパラメータ推定にはシンプレックス法など非線形最適化法がしばしば適用される。この方法では一定のルールにしたがって評価関数を最小にするパラメータを探索していくが、初期値の影響を受けやすく、局所的な極小点に落ち込むことも多い。そのため、あらかじめ初期値をなるべく真値の近傍に設定することが望ましいとされている⁴⁾。しかし、F-V カーブの場合には初期値を設定するための確固たる規範がなく、経験的な値に頼らざるを得ない。

本研究では初期値設定の手がかりを金子の方法に見いだした。すなわち、彼の方法は、 F_m (等尺性最大筋力) を実測値でおき、F-V カーブを式(6)のように変形すれば切片: a と傾斜: b をもつ直線で表現できることに基盤を置くものである。この方法は F_m の実測値が真値に等しいことを前提とするが、実際には随意収縮であるから筋力発揮にばらつきが生じることや測定誤差が含まれるため、推定された定数 a , b の値はその影響を大きく受ける。事実、 F_m の値によっては a , b の推定が困難であったとの報告がみられ、我々の追試でも本来プラスであるべき a , b が時としてマイナスになることを経験した。しかし、彼はその原因にまでは言及していない。この誤推定は F_m の実測値に含まれる誤差に起因することは式(11)で示したように明らかである。

こうした先行研究を踏まえ、本研究では、F-Vカーブの3つのパラメータ全てを未知とし、式(10)の変換をした値 $((F_m - F_i)/V_i, F_i)$ が直線の周りに分布するような F_m を探索し、その後、回帰直線から a, b を決定する方法を提案した。なお、ここまでの手順によっても F_m, a, b の推定値は一応得られるが、その精度を予備的に検討した結果、実用上十分な精度を保障できなかった。そこで、ここで求めたパラメータ値を初期値とし、非線形最適化法を併用したのである。

5. 2 推定精度の検討

本推定法の妥当性を正規乱数によるシミュレーションによって検討した結果、標本数が十分に得られ、その標本値に含まれる誤差の標準偏差が F_m の5%以下であれば、 F_m の推定誤差2%以下という高い精度を確認できた。一方、 a, b の推定精度は F_m に比べて5~10倍低下した。その理由は、 a, b が双曲線関数であるF-Vカーブの漸近線

の値に相当すること、これらが標本の分布域を大きく越えた位置にあるためであると考えられる。例えば a の場合、速度を無限大 ($V \rightarrow \infty$) にした時の筋力 F の値に対応する。しかし、実用上の速度範囲 ($0 \sim 500 \text{deg/s}$) において推定されたF-Vカーブの残差 Re は高々1%以下であった。この結果はこの速度域でのF-Vカーブの近似、つまり、内挿が極めて良好にできたことを証明するものである。さらに、最大筋パワー P_0 の推定誤差は1%以下、その時の筋力 F_0 は5%以下であったこともこれを支持するものである。

次に、この方法を実際に利用することを考え、測定値(標本値)の必要最少数について考察する。一般に、測定値に含まれる誤差が少ないほど、また、測定数が多いほど推定精度は高い。そこでまず、測定値に含まれる誤差の問題を本実験データから考える。実験結果によれば、動的筋力の実測値とこれに対応するF-Vカーブの値との差は F_m の約2%であった。本シミュレーションでは測定

表1 標本点数に対する推定した筋力の評価指標値の標準誤差

No. of samples	S.D. of population (%MVC)	Normalized RMSE					
		Fm (%)	Po (%)	Fo (%)	Re (%MVC)	a (%)	b (%)
5	1	6.5	1.4	5.1	1.5	38.6	29.3
	2	12.7	2.8	10.4	2.9	90.4	70.6
	3	19.8	3.7	12.3	4.1	124.6	97.0
	4	24.4	4.3	14.0	5.2	136.7	101.8
	5	31.0	5.0	15.5	6.2	148.3	110.1
7	1	3.6	0.9	4.7	0.9	26.0	18.1
	2	6.9	1.9	8.8	1.7	54.4	38.7
	3	10.3	2.8	11.4	2.5	84.1	60.5
	4	15.0	3.6	13.1	3.3	102.0	73.0
	5	18.7	4.2	14.8	4.1	123.4	87.0
10	1	2.3	0.7	3.7	0.6	18.7	12.4
	2	4.4	1.4	7.2	1.2	38.3	25.1
	3	6.5	2.3	9.5	1.7	60.6	41.5
	4	8.5	3.0	11.7	2.2	75.2	52.3
	5	10.1	3.6	13.2	2.8	97.4	67.0

RMSE : root mean square of error

MVC : maximum voluntary contraction

値に含まれる誤差として5%までを検討対象としており、その検討範囲の妥当性を確認させるところである。次に、上記を考慮して測定値に含まれる誤差を F_m の3%と想定し、測定標本数と筋力指標の推定精度との関連を考える。いま標本数7点を想定すると、 F_m :10.3%、 P_0 :2.8%、 F_0 :11.4%とおおむね10%以下の精度で3つの筋力指標の値を推定できた。一方、標本数5点まで減らすと F_m の推定値に疑義が生じる。このことから、本推定法を利用する際には7点以上の測定数が必要であると提案したい。

6. 要約

本研究では、筋力と速度に関するHillの特性方程式を推定し、これを手がかりに等尺性最大筋力や最大筋パワーといった筋力指標を求める方法を提案することを目的とした。推定は以下の手順で行った：1) 特性方程式を線形化する、2) 測定した動的筋力と速度を用いて、相関係数が最も大きい回帰直線を与える等尺性最大筋力を推定する、3) 特性方程式の熱定数とエネルギー遊離速度定数を決定する(それは回帰直線のY切片と傾斜から求められる)。さらに、精度の改善を図るために、非線形最適化法を適用した。こうした意味合いから、本法を最大相関法と名付けた。正規乱数母集団からの多数の標本(10,000点)を使って統計的なシミュレーションを行い、本推定法の理論的妥当性を確認した。統計的シミュレーションより、筋力指標を10%以下の誤差で推定する上での最小標本数は7標本であることが示唆された。本最大相関法はヒトの動的運動を研究するための有用な手段になるものと考えられる。

謝辞

本研究の一部は「愛知工業大学総合技術研究所公募プロジェクト」によって行われた。

参考文献

- 1) A.V.Hill: The heat of shortening and the dynamic constants of muscle, Proc. Roy. Soc., B126, 136/195(1938)
- 2) 金子公宥: 筋力と筋パワー, 身体運動の生理学, 猪飼道夫編, 28/53, 杏林書院, 東京(1973)
- 3) 若山章信ほか: 競技レベルからみた競輪選手の非乳酸性パワー発揮特性, スポーツ医・科学, 6-2, 31/37(1992)
- 4) 南 茂夫編: 科学計測のための波形データ処理, CQ出版, 東京 (1986)
- 5) J.A.Nelder and R.Mead: A simplex for function minimization, Computer Journal, 7, 308/313 (1965)
- 6) 浪平博人: データ構造とアルゴリズム, 116/121, CQ出版, 東京(1991)
- 7) 福永哲夫, 金久博昭: 日本人の体肢組成, 朝倉書店, 東京 (1990)
- 8) 川初清典: 膝関節伸展における力-速度関係の加齢に伴う推移, 体育学研究, 22, 65/69 (1977)

(受理 平成11年3月20日)