

核子の異常磁気能率について

鵜飼 正和

Anomalous Magnetic Moment of Nucleon

Masakazu UKAI

Anomalous magnetic moment of the nucleon is computed using dispersion relation which is considered as the function of nucleon energy. Retaining only one-meson one-nucleon states, the absorptive amplitude is related to the meson photoproduction amplitude. There, we take the anomalous magnetic current besides the ordinary electric current. Applying Born approximation with cut off, we obtain a self-consistent relation between the anomalous magnetic moments. The results are $\mu_P=1.68$, $\mu_N=-2.24$ with cut off square energy $W^2=2M^2$.

核子の電磁的形狀因子または異常磁気能率を分散式で取扱う立場には2通りあって、一つは光子の運動量についての、他は核子のエネルギーについての解析性から求められる。そしてそれぞれの立場で近似を取ると、前者では 2π , 3π 状態が問題になるが、後者ではもっと低エネルギーの γ - π 生成振巾, π - N 散乱振巾に関係して来る。そして電磁的形狀因子の議論は主に前者の立場で論ぜられて、1960年頃には一応打ち切られた形になっていたが、最近興味ある二つの試みがなされた。その一つは、S.D. Drell and H.R. Pagels⁽¹⁾ によるもので、後者の立場、すなわち Fermion エネルギーについての電磁的形狀因子の分散式を電子に適用して、その大部分の寄与が、低エネルギーから来ることを示し、核子についても γ - π 生成振巾の Born 項を低エネルギーで切断すれば、比較的よい値を出し得ることを示した。他の一つは M. Yamada⁽²⁾ によるもので、 γ - π 生成振巾の分散式に異常磁気能率 μ による相互作用項を入れて、N/D method で解いて得られた μ についての代数方程式より μ を求めるという self-consistent method を提出した。ところが、この場合に寄与するそれぞれの過程が、形状因子の分散式に寄与する過程と、どのように対応するのか明らかでない。この関連は寧ろ、核子エネルギーについての形状因子分散式⁽³⁾ に self-consistent method を適用した方がつけ易いと予想される。ここでは先づその第一段階として、S.D. Drell and H.R. Pagels の処法で、electric current の外に異常磁気能率による magnetic current を入れるとどうなるかを調べることにする。

異常磁気能率 μ は形状因子の核子エネルギー W についての分散式

$$\mu = F_2(M^2) = -\frac{1}{\pi} \int_{M^2}^{\infty} \frac{dW^2}{W^2 - M^2} I_m F_2(W^2) \quad (1)$$

で与えられ、 $I_m F_2(W^2)$ は one meson 近似をとると次式で与えられる⁽¹⁾。

$$I_m F_2(W^2) = \frac{M^4}{8\pi W^2 (W^2 - M^2)} \cdot \sum_{s, s', s''} \int_{-1}^1 dx [\bar{u}(p, s) T^{\alpha\mu} u(k, s'')] \cdot [\bar{u}(k, s'') i g \gamma_5 \tau_{\alpha} u(p, s')] [\bar{u}(p, s') (-i \tau_{\mu\tau} \ell^{\tau}) u(p, s)] \quad (2)$$

ここで $T^{\alpha\mu}$ は π - γ 転位振巾, $i g \gamma_5$ は π - N vertex, $u(p, s') \bar{u}(p, s') (-i \sigma_{\mu\tau} \ell^{\tau}) u(p, s)$ は形状因子から F_2 を取り出す射影演算子である。エネルギー-運動量は核子が p , k , meson が q , 光子が ℓ であって、重心系をとって $p+l=k+q=0$, $p_0+l_0=k_0+q_0=W$, $x=q \cdot l / |q| |l|$ としてある。また $\sum_{s, s', s''}$ は正エネルギー状態についてのスピン和を示す。

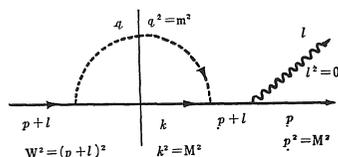


図 (a)

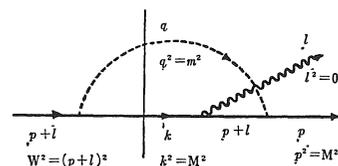


図 (b)

one meson 近似をとった場合、吸収振巾 $I_m F_2(W^2)$

に実際に寄与する過程は図 (a), (b) で示される. 縦線は吸収振巾への寄与であるから, それで切られる内線は virtual でなくて, $k^2=M^2$, $q^2=m^2$ であって, その後は real π - γ 振巾であることを示す.

ここで問題の γ - N vertex に対して

$$\Gamma_\mu(\ell) = \frac{1+\tau_3}{2} \gamma_\mu + (\mu_s + \mu_0 \tau_3) (-i\sigma_{\mu\nu} \ell^\nu / 2M) \quad (3)$$

のように electric current の外に異常磁気能率による magnetic current を入れることにする. 図 (a), (b) の過程に対して Born 近似をとって計算すると, 荷電スカラー部分, 荷電ベクトル部分に対して, それぞれ次の結果を得る.

$$\begin{aligned} I_m F_2^S(W^2) &= \frac{3}{4} \left(\frac{g^2}{4\pi} \right) \left[\frac{(3W^2 - M^2)M^2}{2W^4} \right. \\ &\quad \left. - \frac{M^2}{W^2 - M^2} \log \left(\frac{W^2}{M^2} \right) \right] \\ &\quad - \frac{3\mu_S}{8} \left(\frac{g^2}{4\pi} \right) \left[\frac{W^4 - 5M^2W^2 + 2M^4}{W^4} \right. \\ &\quad \left. + \frac{M^2(W^4 + 2M^2W^2 - W^4)}{W^4(W^2 - M^2)} \log \left(\frac{W^2}{M^2} \right) \right] \quad (4) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_m F_2^V(W^2) &= \frac{1}{4} \left(\frac{g^2}{4\pi} \right) \left[\frac{(W^2 - 3M^2)M^2}{2W^4} \right. \\ &\quad \left. + \frac{M^2}{W^2 - M^2} \log \left(\frac{W^2}{M^2} \right) \right] \\ &\quad - \frac{\mu_V}{8} \left(\frac{g^2}{4\pi} \right) \left[\frac{3W^4 - 3M^2W^2 + 2M^4}{W^4} \right. \\ &\quad \left. - \frac{M^2(W^4 + 2M^2W^2 - M^4)}{W^4(W^2 - M^2)} \log \left(\frac{W^2}{M^2} \right) \right] \quad (5) \end{aligned}$$

ここで簡単のために核子の質量 M に対して, meson の質量 m を無視した. これらは何れも, $W^2 \rightarrow M^2$ の極限で $(W^2 - M^2)$ 以上の因子をもって 0 となる.

これらの吸収振巾を (1) 式に代入し, 積分を $W^2 = \lambda^2$ で切断すると

$$\begin{aligned} &\left[1 + \frac{3}{8\pi} \left(\frac{g^2}{4\pi} \right) \left\{ 1 - \frac{3}{\lambda^2} - \left(1 + \frac{1}{\lambda^2} - \frac{2}{\lambda^2 - 1} \right) \log \lambda^2 \right\} \right] \mu_S \\ &= -\frac{3}{8\pi} \left(\frac{g^2}{4\pi} \right) \left[1 + \frac{1}{\lambda^2} - \frac{2}{\lambda^2 - 1} \log \lambda^2 \right] \quad (6) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\left[1 + \frac{3}{8\pi} \left(\frac{g^2}{4\pi} \right) \left\{ 1 - \frac{1}{3\lambda^2} - \left(1 - \frac{1}{3\lambda^2} \right. \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{2}{3(\lambda^2 - 1)} \right) \log \lambda^2 \right\} \right] \mu_V \\ &= -\frac{5}{8\pi} \left(\frac{g^2}{4\pi} \right) \left[1 - \frac{3}{5\lambda^2} - \frac{2}{5(\lambda^2 - 1)} \log \lambda^2 \right] \quad (7) \end{aligned}$$

を得る. ここで, 異常磁気能率による項は左辺に移してある.

ここで相互作用常数を $(g^2/4\pi) = 15$ とし, 切断を $\lambda^2 = 2M^2$ とすると,

$$\mu_S = -0.28, \quad \mu_V = 1.96 \quad (8)$$

すなわち, 陽子, 中性子の異常磁気能率は,

$$\mu_P = 1.68, \quad \mu_N = -2.24 \quad (9)$$

となる. 切断エネルギーに可成り依存するので数値的に云々する程でもないが, 荷電スカラー部分を可成りおさえる可能性を示すと云える. 低エネルギーで切断すれば宜しいという処方を外すためには, γ - π 生成振巾, N - π 散乱振巾に対して, それぞれの過程の実験に合う程度の近似なり模型なりを採用しなければならないということ, および, それらが光子運動量に関する分散式で問題になった, 2π , 3π 状態とどのように関連するかが, 残された問題である.

引用文献

- (1) S.D. Drell and H.R. Pagels, Phys. Rev. **140**, B397 (1965).
- (2) M. Yamada, Prog. Theor. Phys. **35**, 866 (1966).
- (3) A.M. Bincer, Phys. Rev. **118**, 855 (1960).