

電気炉温度制御における最適多段供給電圧

小林 英夫 一柳 勝宏

Optimum Multistage Supplying Voltages in Temperature Control of Electrical Reheating Furnace

Hideo KOBAYASHI, Katsuhiko ICHIYANAGI

This paper is about the problem of determining multistage supplying voltages optimally which are power source for a small electrical reheating furnace in its temperature control. The state transition equation is approximated by first order difference equation and the performance index is given in form of the summation of the square error, that is, the difference of reference value and temperature inside the electrical furnace. Our aim is to determine the multistage supplying voltages as optimum control policy in order to minimize the given performance index and to apply this optimum control policy experimentally to temperature control of small electrical reheating furnace.

We obtained good results in comparison between experimental curve and computational one, as shown in some figures.

1. 要 旨

電気炉の温度を希望する一定の値に保持するため、加熱電源回路を開閉するいわゆるオンオフ動作を利用した温度制御装置はかなり以前から広く実用に供されている。この論文においてとり扱う内容は次のようなものである。電気炉内におかれた加熱対象の負荷について若し時間の経過にとともに、ある定められた温度変化の軌道をたどらせていくことが要求される場合発熱体に加える電源電圧の大きさを可変なものと考え時間とともに、いつ、どれくらいの大きさの電圧をつぎつぎに印加していけば負荷の温度が希望する温度曲線にうまく沿った最適軌道をたどるであろうかという、いわゆる最適多段制御電圧に関する政策の決定という問題としてとり扱ってみようとするものである。(1)

このため、当研究室の小型再熱型電気炉を用いて、まづ炉の状態変数としてみた温度と制御変数としてみた印加電圧の間の関係を実験的に求め、これより数学的表現式を導いた。ついで炉内温度の目標値としての温度曲線を設定してこの目標値温度と実際の炉内温度の差の自乗の、御制全期間にわたる積分値を最小ならしめるような最適な印加電圧の政策系列の決定のためにダイナミックプログラミングの手法を用いて電子計算機による計算解を求め、これを実際に適用して理論と実験との比較を行ったものである。無負荷試験ではあるが、比較的よい一致が認められている。

2. 電気炉温度の状態方程式と最適政策

可変な供給電圧をうるため単巻型電圧調整器を用い、炉の状態遷移方程式をうるため電気炉の発熱体にいろいろの大きさのステップ状電圧を加えて炉内中央部の温度変化を記録計にとって調べた結果、温度曲線は一次遅れ系で近似できることを確認し、状態方程式を次の形で表現してみた。(2)

$$\frac{d\theta(t)}{dt} = a\theta(t) + dV^2(t) \quad (1)$$

ここに $\theta(t)$: 炉内中央部の温度[°C]

$V(t)$: 供給電圧[V]

a, d : 定数

ここで印加電圧 $V(t)$ の項を2乗の形で書き表わす理由は炉内での発熱による温度上昇に要する熱エネルギー及び炉の外壁を通して外部へ放散する熱エネルギーの和はスライダックを通して電源から供給される電気エネルギーに等しいという熱平衡の原理からうなづけることであろう。

参考のため一例として発熱体の温度上昇特性についてみると、一般に次の関係式が成りたつことが知られている。(3)

$$\frac{i^2 \rho_0 (1 + \alpha \theta)}{S} dt = S \delta c d\theta + h p \theta dt \quad (2)$$

ただし i : 電流, ρ_0 : 発熱体の0°Cにおける固有抵抗

θ : 温度上昇, S : 発熱体の断面積.

t : 時間, δ : 密度, c : 比熱

h : ニュートンの冷却係数, p : 発熱体周囲長さ
 (1)式なる近似式では発熱体の電気抵抗は温度によらない
 不変なものと仮定している。

電気炉の状態変数である温度の動特性を数学的に表現
 するために物理的な考察, いいかえると, (2)式を導いた
 方法と同じように各種の物理的定数を測定し熱平衡の原
 理に基づいて偏微分方程式形式の状態方程式で記述する
 には極めて複雑な手続きと検討を要するために, 後日改
 めてこれらのオーソドックスの考察を行なうことにして
 ここでは簡単のため工学的立場から一次遅れ系として近
 似の取り扱いを採用することにする。

上述のようなステップ状の入力電圧を与えることによ
 って得られた幾つかの実験曲線から最小自乗法によって
 $a = -0.0221$, $d = 0.00417$ なる定数をうる. したがって
 電気炉温度の状態遷移方程式は(1)式より離散形式にかき
 直した次式で表わされる。

$$\theta(k+1T) = e^{-0.0221T} \theta(kT) + 0.189(1 - e^{-0.0221T}) V^2(kT) \quad (3)$$

ただし T : サンプルング周期[分]
 $k: 0, 1, 2, \dots, N-1$

ここで電気炉内温度の目標値曲線を $r(t)$ とするならば温
 度制御の良否を判定する評価関数として次の積分形式を
 用いるのが妥当である. すなわち評価関数を I_N であら
 わすと(4)(5)

$$I_N = \sum_{k=1}^N [r(kT) - \theta(kT)]^2 \quad (4)$$

(3), (4)の両式にみるごとく離散的制御過程の表現形式を
 用いるのは本学所属のデジタル型電子計算機を使用し
 ダイナミックプログラミング⁽⁶⁾によって最適多段制御電
 圧の政策系列を決定する必要があるからである。

(3)式を(4)式に代入し評価関数 $I_N = \sum_{k=1}^N [r(kT) - \theta(kT)]^2$
 を最小にするような電圧系列 $\{V(kT)\}$, いいかえると

$$f_N = \text{minimum}_{\{V(kT)\}} I_N \quad (5)$$

とおいた場合, 評価関数 I_N は $\{V(kT)\}$, すなわち
 $\{V(0), V(T), V(2T), \dots, V(N-1T)\}$ のさまざ
 まの系列の選び方によって大小さまさまの値をとるので
 あるが, これらのうち, I_N の最小値である f_N を与える
 電圧系列 $\{V(kT)\}$ は最適な政策であるということがで
 きる。

3. 計算結果と実験の比較

1) 正規分布型目標値の温度曲線を設定した場合

ここで設定した正規分布型目標値温度曲線は図によ
 って判るように制御全期間を 200[分]とし, その中央の時
 点で最高温度 200[°C] をとり, 標準偏差 $\sigma = 47$ の分布を
 した形状のものをえらんでみた. すなわち

$$r(kT) = 200 \exp\left[-\frac{(kT - 100)^2}{2\sigma^2}\right] \text{である.}$$

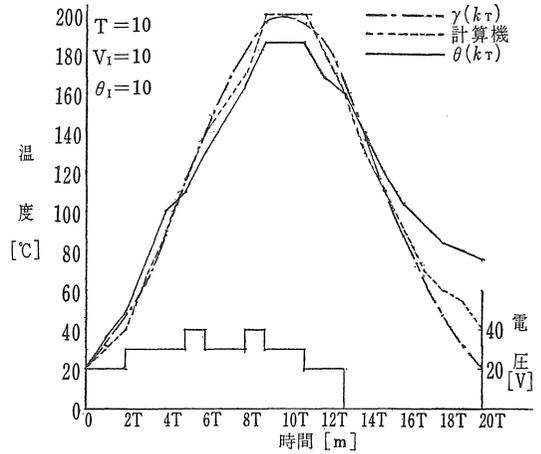


Fig. 1 温度制御曲線と最適電圧

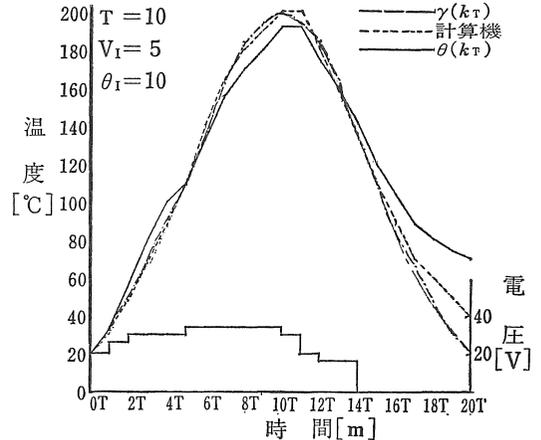


Fig. 2 温度制御曲線と最適電圧

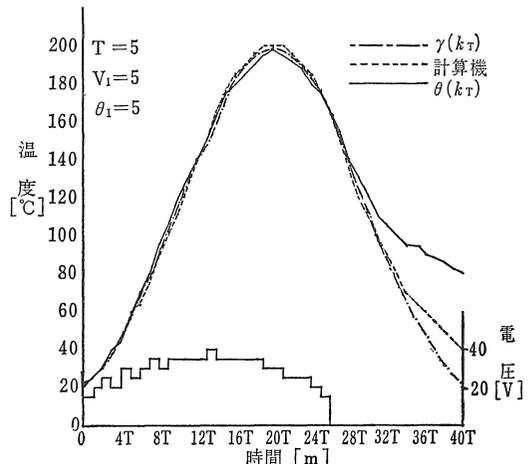


Fig. 3 温度制御曲線と最適電圧

制御の初期温度 $\theta(0)$ は常温の $20[^\circ\text{C}]$ を用いている。図中の一点鎖線は目標値の温度曲線，点線は計算機内にて用いる目標値の温度曲線で，この二つのちがいはサンプリング周期 T を極めて大きくとっていることから生じているものである。実線が実際の制御結果 得られた炉の温度曲線である。なお以下の各図中の下方に画いてあるステップ状の曲線は計算機で動的計画法により求めた最適多段供給電圧系列であり，これを用いて炉の温度制御を実施したわけである。

Fig. 1 ではサンプリング周期 T を $10[\text{分}]$ とし供給電圧は $10[\text{V}]$ を単位とする $0, 10, 20, \dots, 50[\text{V}]$ の離散的な値だけを用いている。Fig. 2 ではサンプリング周期は Fig. 1 と変わらないが，電圧は $5[\text{V}]$ とびの $0, 5, 10, 15, \dots, 50[\text{V}]$ を用いている。Fig. 3 ではサンプリング周期を $5[\text{分}]$ 電圧を $5[\text{V}]$ とびにとれるようにしている。従って Fig. 1 の場合より Fig. 2 の場合の方が，制御誤差が少なくなりさらに Fig. 3 の場合になると，より一層連続制御に近い形をとっているので制御の結果は良くなっていることが判る。Fig. 1, 2 及び Fig. 3 のグラフについて共通した性質としていえることは制御の後半期間において炉の実際の温度が目標値温度曲線から極めて大きくはずれてきているということである。

電圧を加えるということは発熱を意味し，本来の制御系が正負の符号の両方の制御信号を有することに比較して，ここでの電気炉の温度制御については正の制御に相当する発熱はあっても負の制御信号に相当する冷却や吸熱の制御が存在せず，温度を下げたいとする場合供給電圧を零にして，あとは熱の自然放散による，周囲温度までの温度降下をまつしか他に制御の手段がないという。現在の条件のもとでは，いわば controllability の領域の外におかれるものだという事情にもとづいている。

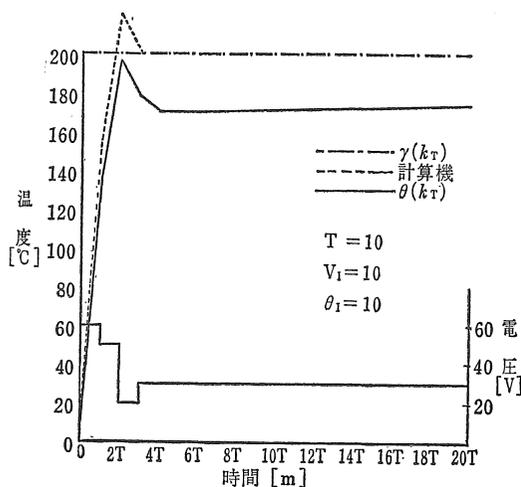


Fig. 4 温度制御曲線と最適電圧

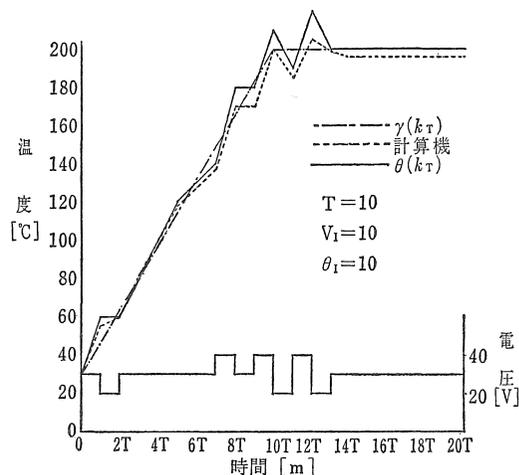


Fig. 5 温度制御曲線と最適電圧

2) ステップ型及びランプ型目標値の温度曲線を設定した場合

この場合においては上述の controllability の問題はない。

4. 結果の検討

以上極めておおまかなくいくつかの仮定の上になつて最適制御の実際について一つの実験を行ったわけであるが一次系近似という極めて簡単化した形式での温度制御としてはその範囲に関する限りは実験の結果について更に検討を加えるべき余地は少ないように思われる。しかしながら炉の扉の開閉や気温の変化などの外乱のある場合についてはここで考慮されていない。また負荷が実際に存在する場合の温度制御については，この研究でとりあげられているような温度の多段制御のプロセスを実際に必要とする加熱及び冷却の制御対象の材料が存在し，その工業的利用が要請される場合改めて制御のプロセスについて詳細に検討が加えられることになるだろう。

次に二次系近似として取扱ってみると，計算機における複雑な計算に要する時間の急激な増加の割合の大きいことを考えると，近似の効果は現在の検討の時点では大変少ないように思われる。

また，この一次系近似による温度制御をダイナミックプログラミングで行なう代りにポントリヤギンの最大原理の手法を用いる場合の詳細については目下検討中である。

今後の問題としては何より第一に工業的応用という見地になつべきで，まづ炉の構造及び構成材料にかかわる各種の物理的定数の測定を行なうことによって，空間座標及び時間を独立変数にもち，電気炉内の任意の位置座標における負荷の温度の最適多段制御を考えることのできる偏微分形式の状態方程式の導入によって本格的な意

味の電気炉温度制御が考えられることになる。これらについて今後さらに考察を進めたいと考えている。

おわりに、平素電子計算機の使用の便宜を心よく与えていただいている大学当局及びプログラミングの作成に協力いただいた電子計算機室の松本順子氏に対して心から厚く御礼申し上げる。

5. 参 考 文 献

- (1) 小林，一柳：電気四学会東海支連大講 昭和40年11月
- (2) 小林，一柳：電気四学会全国連大講 昭和41年4月
- (3) 大山：ARS電気工学大講座 No. 14
- (4) J.T. Tou: Optimum Design of Digital Control System, Academic Press, 1963
- (5) J.T. Tou : Modern Control Theory, Mcgraw-Hill, 1964.
- (6) ベルマン：応用ダイナミックプログラミング