

# トルク比一定の歯車に関する研究

(第1報)

久野 精市郎

## Study on the Tooth Profile of Constant Torque Ratio.

(Ist Report)

Seiichiro KUNO

On account of the friction arised from the sliding contact of teeth, transmitting torques are variated in proportion to the rotating angle.

In this report, the path of contact is exposed to the polar coordinate, and the operating equations of tooth profiles being exposed by the tangential polar coordinate are obtained in case of the transmitting torque being constant.

At the approach and the recession near the torque point, the directions of arised friction oppose to each other. The uniformity of the tooth profiles due to those and the error of the transmitted rotating angle are considered.

Using to those operating equations, the tooth profile equations in it are obtained that the path of contact are both a straight line and a circle.

### 1. 緒 言

一般にかみあう平歯車間の相対運動は、両歯車の瞬間中心であるピッチ点のまわりの回転運動である。

しかし歯面には摩擦力が働くので伝達トルクは多少変動する。とくに時計歯車などのように弱い動力源から出発する調時歯車列などではこの摩擦によるトルク変動の値は無視できない値となり、そのために種々の修正歯形が使われている。

回転比と伝達トルク比が共に一定である歯形は理論的には実用にならない<sup>(1)</sup>ことがわかっているので、ここでは従来の伝達速比一定の条件をやめ、伝達トルク比一定の条件のみで歯形を求めることにした。

然して歯形曲線を接線極座標で、接融点の軌跡を極座標で表わした場合のかみあい方程式を求めた。この方法によれば歯形の式が容易に直交座標で求められる。

トルク比一定の歯形でもトルク点前後の近寄り側、遠のき側で摩擦方向が異なるのでそのための歯形の連続性を考察し、更に回転角伝達誤差の関係を明らかにした。またかみあい方程式より、接触点の軌跡が直線の場合、円の場合の歯形の式を求めた。

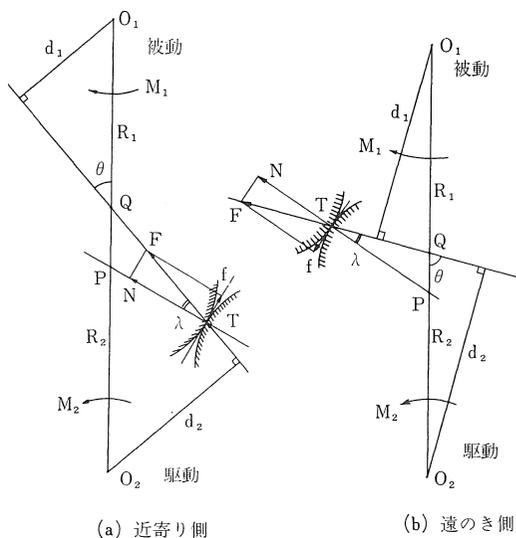
### 2. トルク比一定の条件

諸元を次のように定める。

各歯車の回転中心  $O_1, O_2$

歯車の回転速度をきめる点  $P$   
 歯車の伝達トルクをきめる点  $Q$   
 両歯形の接点  $T$  摩擦角  $\lambda$   
 回転力  $N$  摩擦力  $f$   
 合成力  $F$  摩擦係数  $\mu$

$$|f| = N \tan \lambda = \mu N$$



第1図 歯面に働く力の関係

歯形の共通法線から摩擦角だけ傾く線  $QT$  と  $O_1O_2$  とのなす角  $\theta$

$QT$  への  $O_1, O_2$  からの垂線の長さ  $d_1, d_2$  回転トルク  $M_1, M_2$

$O_1Q=R_1, O_2Q=R_2$  とすると第1図から明らかなように

$$\frac{M_1}{M_2} = \frac{d_1 F}{d_2 F} = \frac{R_1 \sin \theta}{R_2 \sin \theta} = \frac{R_1}{R_2} \dots \dots \text{一定}$$

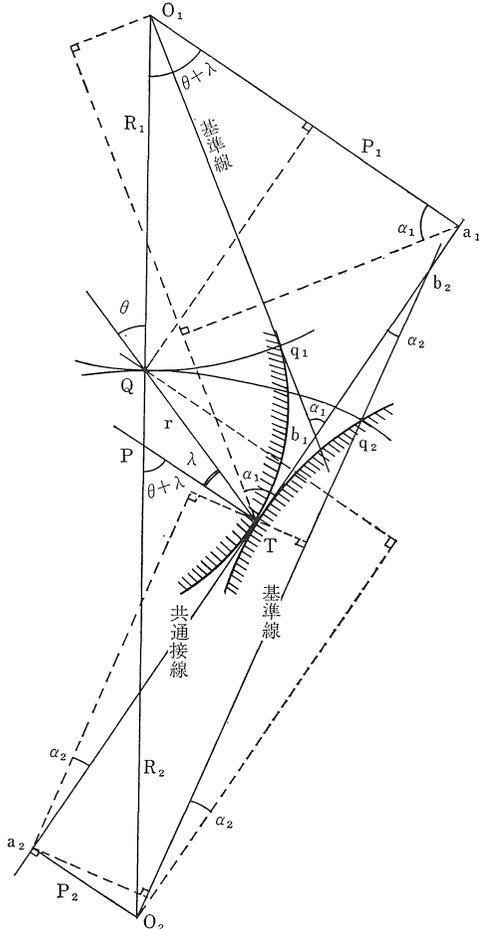
すなわちトルク比が一定になるためには点  $Q$  が定点であればよい。

3. かみあい関係

$O_1$  を中心とした半径  $R_1$  の円と歯形曲線との交点を  $q_1$  とし、 $O_1q_1$  を  $O_1$  歯車の基準線 (y 軸) とする。また  $O_1$  を通ってこれと直交する線を  $x$  軸とする。

$O_2$  歯車でも同様に  $O_2q_2$  を  $O_2$  歯車の基準線 (y 軸) とし、 $O_2$  を通ってこれと直交する線を  $x$  軸とする。

かみあい点における両歯車の共通接線と  $O_1$  歯車の基準線との交点を  $b_1$ 、そのなす角を  $\alpha_1$  とする。また  $O_2$  歯車の基準線との交点を  $b_2$ 、そのなす角を  $\alpha_2$  とする。



第2図 近寄りかみあい

両歯車の座標の極を  $O_1, O_2$  とし、これから共通接線へ垂線を引いてその長さを  $P_1, P_2$  とする。また点  $Q$  からかみあい点までの長さを  $\overline{QT}=r$  とする。

接線極座標の関係<sup>(2)</sup>から

$$\overline{Ta_1} = \frac{dP_1}{d\alpha_1} \quad \overline{Ta_2} = \frac{dP_2}{d\alpha_2} \text{ と表わせる。}$$

然るとき接触点の軌跡を点  $Q$  を極とする極座標、歯形の式を  $O_1, O_2$  をそれぞれ極とする接線極座標で表わした場合のかみあい方程式は一歯のかみあい中で  $\lambda$  を一定とみなせば次のようになる。

近寄り側

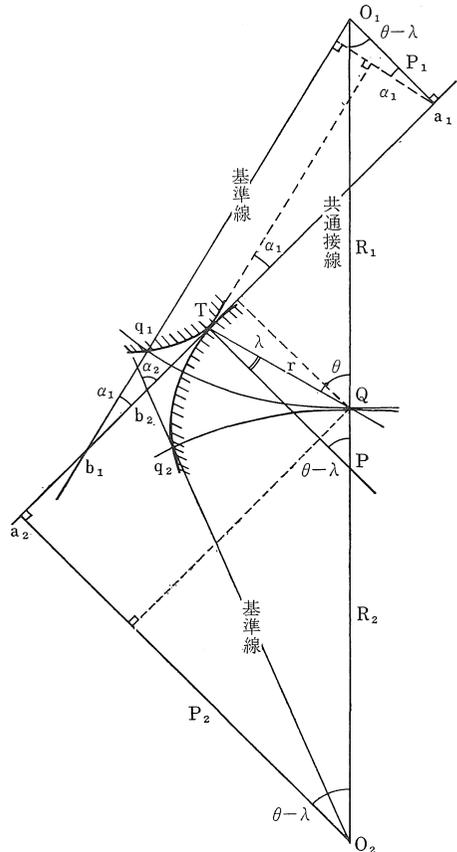
$$O_1 \text{ 歯車の歯先 } \begin{cases} P_1 = R_1 \cos(\theta + \lambda) + r \cos \lambda \\ \frac{dP_1}{d\alpha_1} = R_1 \sin(\theta + \lambda) + r \sin \lambda \end{cases} \dots (1)$$

$$O_2 \text{ 歯車の歯元 } \begin{cases} P_2 = R_2 \cos(\theta + \lambda) - r \cos \lambda \\ \frac{dP_2}{d\alpha_2} = R_2 \sin(\theta + \lambda) - r \sin \lambda \end{cases} \dots (2)$$

遠のき側

$$O_1 \text{ 歯車の歯元 } \begin{cases} P_1 = R_1 \cos(\theta - \lambda) - r \cos \lambda \\ \frac{dP_1}{d\alpha_1} = R_1 \sin(\theta - \lambda) + r \sin \lambda \end{cases} \dots (3)$$

$$O_2 \text{ 歯車の歯先 } \begin{cases} P_2 = R_2 \cos(\theta - \lambda) + r \cos \lambda \\ \frac{dP_2}{d\alpha_2} = R_2 \sin(\theta - \lambda) - r \sin \lambda \end{cases} \dots (4)$$



第3図 遠のきかみあい

また  $O_1, O_2$  をそれぞれ両歯形曲線の原点とし、 $O_1$  歯車では  $y$  軸のプラス側を  $O_1q_1$  方向にとり、 $O_2$  歯車ではプラス側を  $O_2q_2$  方向にとった場合の歯形を直交座標で表わすと次のようになる。

$$O_1 \text{ 歯車} \begin{cases} x = -P_1 \cos \alpha_1 + \frac{dP_1}{d\alpha_1} \sin \alpha_1 \\ y = P_1 \sin \alpha_1 + \frac{dP_1}{d\alpha_1} \cos \alpha_1 \end{cases} \dots\dots (5)$$

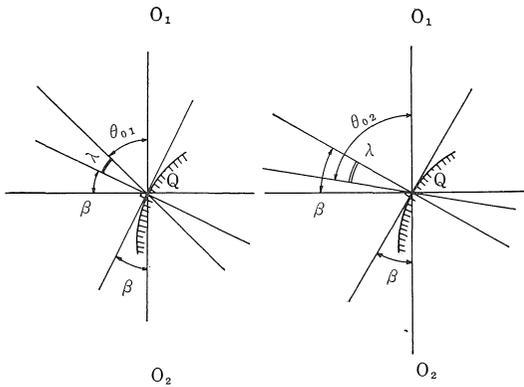
$$O_2 \text{ 歯車} \begin{cases} x = -P_2 \cos \alpha_2 + \frac{dP_2}{d\alpha_2} \sin \alpha_2 \\ y = P_2 \sin \alpha_2 + \frac{dP_2}{d\alpha_2} \cos \alpha_2 \end{cases} \dots\dots (6)$$

すなわち接触点の軌跡として  $r=r(\theta)$  が与えられるとこれと (1) 式より  $r, \theta$  を消去し、その関係を (5) 式に代入すると  $O_1$  歯車の歯先の歯形が求められる。

同様にして (3), (5) 式より  $O_1$  歯車の歯元の歯形; (2), (6) 式より  $O_2$  歯車の歯元の歯形; (4), (6) 式より  $O_2$  歯車の歯先の歯形がそれぞれ直交座標で表わせることになる。

4. 歯形の連続

トルク比一定の歯形では点  $Q$  における歯形の接線は基準線に対してある角度  $\beta$  をなしていなければならない。



(a) 近寄り終了点 (b) 遠のき出発点

第4図 点Qの歯形

近寄り側の終了点における  $\theta$  の値を  $\theta_{01}$  とし、遠のき側の出発点における  $\theta$  の値を  $\theta_{02}$  とすると歯形が連続であるためには第4図から明らかなように次の関係が必要である。

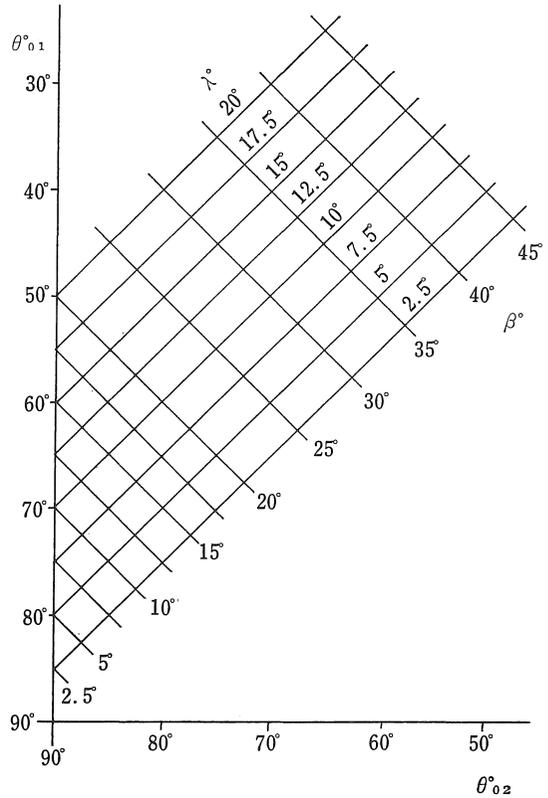
$$\begin{cases} \theta_{01} = \frac{\pi}{2} - (\lambda + \beta) \\ \theta_{02} = \frac{\pi}{2} + \lambda - \beta \end{cases} \dots\dots (7)$$

また  $\theta_{02} \leq \frac{\pi}{2}$  より

$$\begin{cases} \lambda \leq \beta \\ \theta_{02} = \theta_{01} + 2\lambda \end{cases} \dots\dots (8)$$

接触点の軌跡が点  $Q$  に至る瞬間の場合と出る瞬間の場合

合の  $\theta_{01}, \theta_{02}, \beta$  (点  $Q$  における歯形の傾き角),  $\lambda$  (摩擦角) との関係を図に表わすと次の通りである。



第5図 点Qの前後における  $\theta$  の関係

かみあい歯面間の摩擦係数は歯車の材質、表面あらかさ、歯車誤差、潤滑油の種類、回転速度、荷重の大きさなどによって相当異った値となる。またこれらの条件を一定にしても温度上昇による油の粘度の影響が著しく、さらに伝達されるトルク  $M_1$  を一定にする場合には、かみあい点の位置によって法線力も変動しなければならない<sup>(8)</sup>。

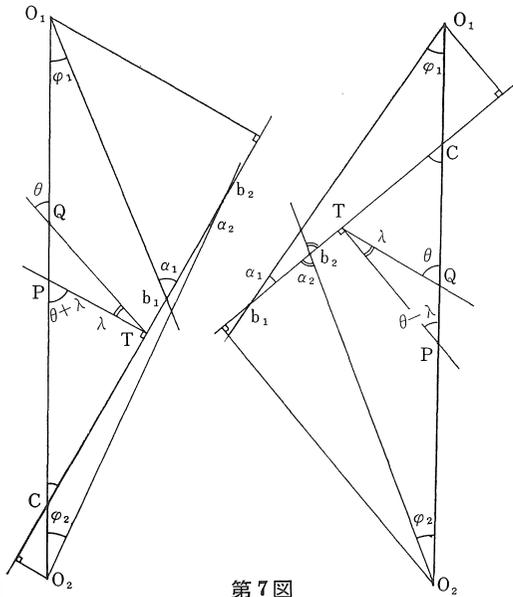
然してこれらの摩擦を含んだ現象を数学的に完全な形で解くことは不可能であるので、ここでは一歯のかみあいにおける各接触点に於て  $\lambda$  の値を一定とみなした。

5. 回転角伝達誤差

トルク比一定の歯形では点  $Q$  が定点となり、歯形の共通法線と  $O_1O_2$  との交わる点  $P$  は回転と共に移動する。したがってこれによる回転角伝達誤差はきけられないものとなるのでこれについての検討を要する。

第6図及第7図において歯形の共通接線と  $O_1O_2$  との交点を  $C$ 、かみあい点  $T$  における両歯車の基準線  $O_1b_1$  (近寄り側)、 $O_2b_2$  (遠のき側) の  $O_1O_2$  に対する傾き角をそれぞれ  $\varphi_1, \varphi_2$  とする。

$$\Delta O_1b_1C, \Delta O_2b_2C \text{ で}$$



第 6 図

第 7 図

回転角, 近寄りかみあい      回転角, 遠のきかみあい

近寄り側では  $\angle PCT = \frac{\pi}{2} - (\theta + \lambda)$

遠のき側では  $\angle PCT = \frac{\pi}{2} - (\theta - \lambda)$

ゆえに

近寄り側 
$$\begin{cases} \varphi_1 = (\theta + \lambda + \alpha_1) - \frac{\pi}{2} \\ \varphi_2 = \frac{\pi}{2} - (\theta + \lambda + \alpha_2) \end{cases} \dots\dots\dots (9)$$

遠のき側 
$$\begin{cases} \varphi_1 = \frac{\pi}{2} - (\theta - \lambda + \alpha_1) \\ \varphi_2 = (\theta - \lambda + \alpha_2) - \frac{\pi}{2} \end{cases} \dots\dots\dots (10)$$

すなわち一歯のかみあいには生ずる回転角誤差を  $\varepsilon$ , 回転比 (減速比または増速比) を  $i$  とすると

近寄り側  $\varepsilon = \varphi_1 - i\varphi_2 \dots\dots\dots (11)$

遠のき側  $\varepsilon = -(\varphi_1 - i\varphi_2) = i\varphi_2 - \varphi_1 \dots\dots\dots (12)$

$\varphi_1, \varphi_2$  は正とするので近寄り側と遠のき側で符号を変えれば正負の関係(すすみおくれの関係)が合ってくる。

上式と (9), (10) 式より

近寄り側

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \theta + \lambda + \alpha_1 - \frac{\pi}{2} - i \left\{ \frac{\pi}{2} - (\theta + \lambda + \alpha_2) \right\} \\ &= (1+i) \left( \theta + \lambda - \frac{\pi}{2} \right) + \alpha_1 + i\alpha_2 \dots\dots\dots (13) \end{aligned}$$

遠のき側

$$\begin{aligned} \varepsilon &= i \left\{ (\theta - \lambda + \alpha_2) - \frac{\pi}{2} \right\} - \left\{ \frac{\pi}{2} - (\theta - \lambda + \alpha_1) \right\} \\ &= (1+i) \left( \theta - \lambda - \frac{\pi}{2} \right) + \alpha_1 + i\alpha_2 \dots\dots\dots (14) \end{aligned}$$

また (1) 式と (2) 式より

近寄り側  $(R_1 + R_2)\cos(\theta + \lambda) = P_1 + P_2 \dots\dots (15)$

(3) 式と (4) 式より

遠のき側  $(R_1 + R_2)\cos(\theta - \lambda) = P_1 + P_2 \dots\dots (16)$

が求まる。

すなわち接触点の軌跡  $r=r(\theta)$  が与えられているので (1) 式より  $r, \theta$  を消去した  $P_1, \alpha_1$  の式が求まる。この式で  $\alpha_1$  の値を決めると  $P_1$  の値が求まるので, (15) 式より  $P_2$  の値が求まる。

次に  $r=r(\theta)$  と (2) 式より  $r, \theta$  を消去した  $P_2, \alpha_2$  の式にこの  $P_2$  の値を代入すると,  $O_1$  歯車の  $\alpha_1$  に対する  $O_2$  歯車の  $\alpha_2$  の値が求められる。

この  $\alpha_1, \alpha_2$  と (13) 式よりそのかみあい点における回転角誤差が求まる。

遠のき側も全く同様にして求められる。

6. 接触点の軌跡が直線の場合

接触点の軌跡として直線を与えた場合の歯形の式を求める。

6.1. 近寄り側

6.1.1.  $O_1$  歯車の歯先

$\theta = \theta_0$  とすると (1) 式より

$$\begin{cases} P_1 = R_1 \cos(\theta_0 + \lambda) + r \cos \lambda \\ \frac{dP_1}{d\alpha_1} = R_1 \sin(\theta_0 + \lambda) + r \sin \lambda \end{cases}$$

上式に  $\cos \lambda, \sin \lambda$  を掛けて引くと

$$\begin{aligned} \frac{P_1}{d\alpha_1} \cos \lambda - P_1 \sin \lambda &= R_1 \{ \sin(\theta_0 + \lambda) \cos \lambda - \cos(\theta_0 + \lambda) \sin \lambda \} \\ &= R_1 \sin \theta_0 \end{aligned}$$

$$\therefore \frac{dP_1}{d\alpha_1} = R_1 \frac{\sin \theta_0}{\cos \lambda} + P_1 \tan \lambda \dots\dots\dots (17)$$

$P_1 \sin \lambda + R_1 \sin \theta_0 \neq 0$  であるから

$$\begin{aligned} d\alpha_1 &= \frac{dP_1 \cos \lambda}{P_1 \sin \lambda + R_1 \sin \theta_0} \\ \alpha_1 &= \cot \lambda \log (P_1 \sin \lambda + R_1 \sin \theta_0) + C \end{aligned}$$

初期条件として点 Q における歯形の傾き角を  $\alpha_1 = \alpha_0$  とすると

$$P_1 = R_1 \sin \alpha_0$$

$$C = \alpha_0 - \cot \lambda \log (R_1 \sin \alpha_0 \sin \lambda + R_1 \sin \theta_0)$$

$O_1$  歯車の歯先の式は

$$\alpha_1 - \alpha_0 = \cot \lambda \log \frac{P_1 \sin \lambda + R_1 \sin \theta_0}{R_1 \sin \alpha_0 \sin \lambda + R_1 \sin \theta_0} \dots\dots (18)$$

すなわち  $\alpha_1$  を与えると  $P_1$  が求まる。これらの関係と (17) 式より求めた  $\frac{dP_1}{d\alpha_1}$  の値を (5) 式に代入すると

$O_1$  歯車の歯先の歯形が  $x, y$  座標で与えられる。

6.1.2.  $O_2$  歯車の歯元

(2) 式より

$$\begin{cases} P_2 = R_2 \cos(\theta_0 + \lambda) - r \cos \lambda \\ \frac{dP_2}{d\alpha_2} = R_2 \sin(\theta_0 + \lambda) - r \sin \lambda \end{cases}$$

前と同様にして

$$\frac{dP_2}{d\alpha_2} \cos \lambda - P_2 \sin \lambda = R_2 \sin \theta_0$$

$$\frac{dP_2}{d\alpha_2} = R_2 \frac{\sin \theta_0}{\cos \lambda} + P_2 \tan \lambda \dots\dots\dots (19)$$

$P_2 \sin \lambda + R_2 \sin \theta_0 \neq 0$  であるから

$$d\alpha_2 = \frac{dP_2 \cos \lambda}{P_2 \sin \lambda + R_2 \sin \theta_0}$$

$$\alpha_2 = \cot \lambda \log (P_2 \sin \lambda + R_2 \sin \theta_0) + C$$

点 Q における歯形の傾き角を  $\alpha_2 = \alpha_0$  とすると

$$P_2 = R_2 \sin \alpha_0$$

$O_2$  歯車の歯元の式は

$$\alpha_0 - \alpha_2 = \cot \lambda \log \frac{R_2 \sin \alpha_0 \sin \lambda + R_2 \sin \theta_0}{P_2 \sin \lambda + R_2 \sin \theta_0} \dots (20)$$

$O_1$  歯車の歯先の場合と同様に (19), (20) 式と (6) 式より

$O_2$  歯車の歯元の歯形が与えられる。

6.2. 遠のき側

6.2.1.  $O_2$  歯車の歯元

$\theta = \theta_0$  とすると (3) 式より

$$\begin{cases} P_1 = R_1 \cos(\theta_0 - \lambda) - r \cos \lambda \\ \frac{dP_1}{d\alpha_1} = R_1 \sin(\theta_0 - \lambda) + r \sin \lambda \end{cases}$$

上式に  $\cos \lambda, \sin \lambda$  を掛けて加えると

$$\begin{aligned} \frac{dP_1}{d\alpha_1} \cos \lambda + P_1 \sin \lambda &= R_1 \{ \sin(\theta_0 - \lambda) \cos \lambda + \cos(\theta_0 - \lambda) \sin \lambda \} \\ &= R_1 \sin \theta_0 \end{aligned}$$

$$\therefore \frac{dP_1}{d\alpha_1} = R_1 \frac{\sin \theta_0}{\cos \lambda} - P_1 \tan \lambda \dots (21)$$

$R_1 \sin \theta_0 - P_1 \sin \lambda = 0$  のとき

$$P_1 = \frac{R_1 \sin \theta_0}{\sin \lambda} \dots (22)$$

この場合は  $\alpha_1$  の如何にかかわらず  $P_1$  は一定となる。(21), (22), (5) 式より  $O_1$  歯車の歯元の歯形が求められる。

$R_1 \sin \theta_0 - P_1 \sin \lambda \neq 0$  のとき

$$d\alpha_1 = \frac{dP_1 \cos \lambda}{R_1 \sin \theta_0 - P_1 \sin \lambda}$$

$$\alpha_1 = -\cot \lambda \log |R_1 \sin \theta_0 - P_1 \sin \lambda| + C$$

点 Q における歯形の傾き角を  $\alpha_1 = \alpha_0$  とすると

$$P_1 = R_1 \sin \alpha_0$$

$O_1$  歯車の歯元の式は

$$\alpha_0 - \alpha_1 = \cot \lambda \log \left| \frac{R_1 \sin \theta_0 - P_1 \sin \lambda}{R_1 \sin \theta_0 - R_1 \sin \alpha_0 \sin \lambda} \right| \dots (23)$$

(21), (23), (5) 式より前と同様にして求められる。

6.2.2.  $O_2$  歯車の歯先

(4) 式より

$$\begin{cases} P_2 = R_2 \cos(\theta_0 - \lambda) + r \cos \lambda \\ \frac{dP_2}{d\alpha_2} = R_2 \sin(\theta_0 - \lambda) - r \sin \lambda \end{cases}$$

前と同様にして

$$\frac{dP_2}{d\alpha_2} \cos \lambda + P_2 \sin \lambda = R_2 \sin \theta_0$$

$$\frac{dP_2}{d\alpha_2} = R_2 \frac{\sin \theta_0}{\cos \lambda} - P_2 \tan \lambda \dots (24)$$

$R_2 \sin \theta_0 - P_2 \sin \lambda = 0$  のとき

$$P_2 = \frac{R_2 \sin \theta_0}{\sin \lambda} \dots (25)$$

(24), (25), (6) 式より  $O_2$  歯車の歯先の歯形が求められる。

$R_2 \sin \theta_0 - P_2 \sin \lambda \neq 0$  のとき

$$\alpha_2 = -\cot \lambda \log |R_2 \sin \theta_0 - P_2 \sin \lambda| + C$$

点 Q における歯形の傾き角を  $\alpha_2 = \alpha_0$  とすると

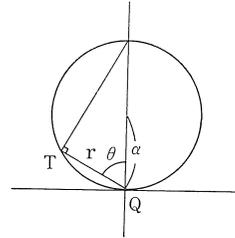
$$P_2 = R_2 \sin \alpha_0$$

$O_2$  歯車の歯先の式は

$$\alpha_2 - \alpha_0 = \cot \lambda \log \left| \frac{R_2 \sin \theta_0 - R_2 \sin \alpha_0 \sin \lambda}{R_2 \sin \theta_0 - P_2 \sin \lambda} \right| \dots (26)$$

(24), (26), (6) 式より  $O_2$  歯車の歯先の歯形が求められる。

7. 接触点の軌跡が  $r = 2a \cos \theta$  の場合



第8図 接触点の軌跡

遠のき側の接触点の軌跡として半径  $a$  の円を与える。トルク比一定の歯形ではその連続性から遠のき側出発点の  $\theta$  の値が  $\frac{\pi}{2}$  で、回転と共にその値が減少していくような接触点の軌跡が好ましい。

7.1.  $O_1$  歯車の歯元

(3) 式より

$$\begin{cases} P_1 = R_1 \cos(\theta - \lambda) - r \cos \lambda \\ \frac{dP_1}{d\alpha_1} = R_1 \sin(\theta - \lambda) + r \sin \lambda \end{cases}$$

$$\begin{aligned} P_1 &= R_1 (\cos \theta \cos \lambda + \sin \theta \sin \lambda) - 2a \cos \theta \cos \lambda \\ &= (R_1 - 2a) \cos \theta \cos \lambda + R_1 \sin \theta \sin \lambda \end{aligned}$$

$$\frac{dP_1}{d\alpha_1} = -(R_1 - 2a) \cos \theta \sin \lambda + R_1 \sin \theta \cos \lambda$$

上式に  $\cos \lambda, \sin \lambda$  を掛けて加減すると

$$\begin{cases} \frac{dP_1}{d\alpha_1} \cos \lambda + P_1 \sin \lambda = R_1 \sin \theta \\ \frac{dP_1}{d\alpha_1} \sin \lambda - P_1 \cos \lambda = (2a - R_1) \cos \theta \end{cases}$$

$2a - R_1 = 0$  のとき ( $O_1$  歯車の半径と接触点の軌跡の円の半径が等しいとき)

$$\frac{dP_1}{d\alpha_1} \sin \lambda - P_1 \cos \lambda = 0$$

$$\frac{dP_1}{d\alpha_1} = P_1 \cot \lambda \dots (27)$$

$O_1$  歯車の歯元の式は

$$d\alpha = \tan \lambda \frac{dP_1}{P_1} \dots (28)$$

$2a - R_1 \neq 0$  のとき,  $O_1$  歯車の歯元の式は

$$\begin{aligned} \frac{1}{R_1^2} \left\{ \frac{dP_1}{d\alpha_1} \cos \lambda + P_1 \sin \lambda \right\}^2 + \frac{1}{(2a - R_1)^2} \left\{ \frac{dP_1}{d\alpha_1} \sin \lambda - P_1 \cos \lambda \right\}^2 &= 1 \dots (29) \end{aligned}$$

7.2.  $O_2$  歯車の歯先

(4) 式より

$$\begin{cases} P_2 = R_2 \cos(\theta - \lambda) + r \cos \lambda \\ \frac{dP_2}{d\alpha_2} = R_2 \sin(\theta - \lambda) - r \sin \lambda \end{cases}$$

$r = 2a \cos \theta$  を代入して整理すると

$$\begin{cases} P_2 = (R_2 + 2a) \cos \theta \cos \lambda + R_2 \sin \theta \sin \lambda \\ \frac{dP_2}{d\alpha_2} = -(R_2 + 2a) \cos \theta \sin \lambda + R_2 \sin \theta \cos \lambda \end{cases}$$

上式に  $\cos \lambda$ ,  $\sin \lambda$  を掛けて加減すると

$$\begin{cases} P_2 \sin \lambda + \frac{dP_2}{d\alpha_2} \cos \lambda = R_2 \sin \theta \\ P_2 \cos \lambda - \frac{dP_2}{d\alpha_2} \sin \lambda = (R_2 + 2a) \cos \theta \end{cases}$$

$O_2$  歯車の歯先の式は

$$\frac{1}{R_2^2} \left\{ P_2 \sin \lambda + \frac{dP_2}{d\alpha_2} \cos \lambda \right\}^2 + \frac{1}{(2a + R_2)^2} \left\{ P_2 \cos \lambda - \frac{dP_2}{d\alpha_2} \sin \lambda \right\}^2 = 1 \quad \dots (30)$$

## 8. 結 言

- (1) トルク比一定の歯形では接触点の軌跡は歯形の共通法線と摩擦角だけ傾いた方向に移動する。トルク点  $Q$  は定点となるのでピッチ点は回転と共に  $O_1 O_2$  上を移動しその値は回転角誤差となる。
- (2) 接触点の軌跡が点  $Q$  を極とする極座標で与えられた場合のかみあい方程式を、 $O_1$ ,  $O_2$  を極とする接線極座標で表わした。この方法によれば歯形の式を容易に直交座標で表示できる。
- (3) 歯形は点  $Q$  である角度  $\beta (\geq \lambda)$  だけ傾いており、接触点の軌跡の範囲には制限がある。特に遠のき側出発点での  $\theta_{02}$  の範囲が少いので、遠のき側の接触点の軌跡を直線には選びにくい。(直線にすると  $O_1$  歯車の歯元、 $O_2$  歯車の歯先の部分が少くなる) すなわち  $\theta_{02} = \frac{\pi}{2}$  で回転と共に  $\theta_2$  が減少する軌跡が好ましい。
- (4) 接触点の軌跡が直線の場合、遠のき側の接触点の軌跡が円の場合の歯形の式を求めた。

これらの結果がトルク変動を小さく押えたい場合の歯形設計の参考になれば幸いである。終りに本研究に御指導頂いた本学機械科藤井義信教授に厚くお礼を申しのべる。

## 参 考 文 献

- (1) 酒井高男：精密機械用小形歯車，精密工学講座 1—10，日刊工業新聞社 (1958) 35—36
- (2) 成瀬政男：歯形論(2)，歯車の研究，養賢堂 (1960) 25
- (3) 仙波正荘：歯車 第1巻，日刊工業新聞社 (1952) 143—151
- (4) 鎌本博夫：伝達トルク比一定の時計歯車の研究，精密機械，30巻5号 (1964) 385—393