

交直並列電力システムのパラメータ最適化による 動態安定度の向上

一柳 勝宏, 藤田 義明, 小林 英夫

Improving Dynamic Stability of Parallel AC-DC Power Systems by Parameter Optimisation

Katsuhiro Ichiyanagi, Yoshiaki Fujita, Hideo Kobayashi

交直並列一機無限大母線電力システムの線形モデルについて、動態安定度を改善するために動態安定度の感度解析を行うことにより、マイナーループ制御の最適フィードバックパラメータを選定し、良い結果を得ている。さらに、この最適マイナーループ制御の設定値に系統の全状態変数をフィードバックし加え合わせるような集中制御の最適フィードバックゲインについて、最大原理を適用することにより、一層良い結果が得られている。

1 まえがき

近年、電力システムの規模拡大、複雑化により新設の電源地は需要地から遠く離れた地域に集中して設置される傾向にあり、そのため送電線は大容量化、長距離化し安定度の問題が重要となっている。

このようなとき、従来の交流システムのなかに直流送電システムを取り入れることが必要であり、我国においても実験および計画が行われている⁽¹⁾。直流送電システムを含む交流直流ハイブリッド電力システムでは、直流系変換器の高速制御性を利用することにより交流システムの安定度を向上させることができる。エネルギー概念に基づく等面積法による直流電力の最適制御⁽²⁾、最適制御理論を用いたバングバング型最適定電流制御⁽³⁾による系統の過渡安定度向上のための研究結果の報告がある。

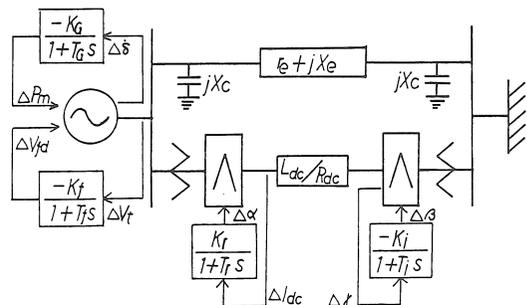
この研究では、一つの同期発電機が並列な交流送電線と直流送電線によって無限大母線に連系している一機無限大母線システムを対象とした線形化モデルによる動態安定度の改善について報告する。

交直並列電力システムの動態安定度の向上をはかる上で、(1) 発電機の自動電圧調整装置および順変換器定電流制御装置の各々の交流電圧フィードバックゲインと直流電流フィードバックゲインなどマイナーループのフィードバックパラメータの最適化、(2) 現有のマイナーループ制御設備に系の状態変数をすべてフィードバックするときの、いわゆる集中制御のフィードバックパラメータの

最適化が重要である。マイナーループ制御のフィードバックパラメータの最適化では、動態安定度の指標として動態安定度を定義し、運転パラメータによる動態安定度の感度解析を行うことにより動態安定度の改善をはかる。集中制御のフィードバックパラメータの最適化では、ポントリャギンの最大原理を適用し最適フィードバックゲインを決定しており、系統の動的応答を一層改善している。

2 交直並列電力システムの記述

研究の対象とした交直並列電力システムを第1図に示す。ここで取扱う交直変換器の制御系は、順変換器が定電流制御、逆変換器が定余裕角制御を有するものとする。解析に用いた関係式を以下に列記する。^{(4), (5)}ただし、 p (又は \cdot) は時間微分記号を表わし、他の記号については付録1を参照されたい。



第1図 モデル系統

(1) 直流系方程式

順変換器

$$V_{dcr} = (3\sqrt{2}/\pi) (B_r/N_r) E_r \cos\alpha - (3/\pi) B_r X_r I_{dc} \quad (1)$$

$$T_r p\alpha + (\alpha - \alpha_s) = K_r (I_{dc} - I_{dcs}) \quad \text{定電流制御} \quad (2)$$

逆変換器

$$V_{dci} = (3\sqrt{2}/\pi) (B_i/N_i) E_i \cos\beta + (3/\pi) B_i X_i I_{dc} \quad (3)$$

$$\cos\gamma = \cos\beta + \sqrt{2} X_i I_{dc} / (E_i/N_i) \quad (4)$$

$$T_i \cdot p\beta + (\beta - \beta_s) = -K_i (\gamma - \gamma_s) \quad \text{定余裕角制御} \quad (5)$$

直流送電線

$$I_{dc} \cdot pI_{dc} + R_{dc} I_{dc} = V_{dcr} - V_{dci} \quad (6)$$

(2) 同期機方程式

磁束電流方程式

$$\dot{\psi}_{fd} = M_d i_f - (L_d - L_d') i_d \quad (7)$$

$$\dot{\psi}_d = M_d i_f - L_d i_d \quad (8)$$

$$\dot{\psi}_q = -L_q i_q \quad (9)$$

電圧電流方程式

$$V_{fd} = M_d \omega_0 (1 + T_{d'o} \cdot p) i_f - T_{d'o} (X_d - X_d') p i_d \quad (10)$$

$$V_d = -r_a i_d + X_q i_q \quad (11)$$

$$V_q = M_d \omega_0 i_f - X_d i_d - r_a i_q \quad (12)$$

動揺方程式

$$(M \cdot p^2 + Dp) \delta = P_m - \omega_0 (\phi_d i_q - \phi_q i_d) \quad (13)$$

自動電圧調整装置

$$T_f p V_{fd} + (V_{fd} - V_{fds}) = -K_f (V_t - V_{ts}) \quad (14)$$

調速機

$$T_G \cdot p P_m + (P_m - P_{ms}) = -K_G (\omega - \omega_b) \quad (15)$$

$$\omega = \omega_b + p\delta \quad (16)$$

(2) 交流直線線路関係式

$$V_d = V \sin\delta + r_e (i_d - I_d + V_q/X_c) - X_e (i_q - I_q - V_d/X_c) \quad (17)$$

$$V_q = V \cos\delta + r_e (i_d - I_d + V_q/X_c) + X_e (i_d - I_d + V_q/X_c) \quad (18)$$

$$V_i^2 = V_d^2 + V_q^2 \quad (19)$$

$$V_i = E_r \quad (20)$$

$$i_f^2 = i_d^2 + i_q^2 \quad (21)$$

$$I_d^2 + I_q^2 = (18/\pi^2) (B_r^2/N_r^2) I_{dc}^2 \quad (22)$$

$$V_d I_d + V_q I_q = \{R_{dc} + (3/\pi) B_i X_i\} I_{dc}^2 + (3\sqrt{2}/\pi) (B_i/N_i) E_i \cos\beta I_{dc} \quad (23)$$

以上の諸式を定常運転状態の近傍で線形化して整理すれば、次式の状態空間方程式を得る。(導き方は付録2を参照)

$$\dot{\mathbf{X}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{X}(t) + \mathbf{B}\mathbf{U}(t) \quad (24)$$

$$\mathbf{X}(t) = [\Delta\delta \ \Delta\dot{\delta} \ \Delta\phi_{fd} \ \Delta I_{dc} \ \Delta\alpha \ \Delta\beta \ \Delta V_{fd} \ \Delta P_m]^T \quad (25)$$

ここで、順変換器定電流制御設定値変化分と逆変換器定余裕角制御設定値変化分を制御変数にとると、制御ベクトル $\mathbf{U}(t)$ は次式となる。

$$\mathbf{U}(t) = [\Delta I_{dcs} \ \Delta\gamma_s]^T \quad (26)$$

\mathbf{A} , \mathbf{B} はそれぞれ 8×8 , 8×2 の時不変行列である。

3 マイナーループ制御パラメータの最適化

マイナーループパラメータ (例えば、順変換器定電流制御ゲインや同期機の AVR ゲインなど) の最適値について、感度解析の手法を用いて、低感度パラメータ値を決定し、これの動態安定度の向上に対する効果について検討する。

<3・1> 動態安定度 ここでの解析のために次式の自由系を考える。

$$\dot{\mathbf{X}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{X}(t) \quad (27)$$

\mathbf{A} , $\mathbf{X}(t)$ は前章で述べたものと同じである。(26)式の系が漸近安定であると仮定すると、リアプノフの直接法から時間全微分 $\dot{V}[\mathbf{X}(t)]$ が負定値であるような正定値のスカラー関数 $V[\mathbf{X}(t)]$ (リアプノフ関数) が見出せる。

動態安定度の指標として、系が原点に近づく速度の推定値から次式の動態安定度 T を定義する。⁽⁶⁾

$$T = \max_{\mathbf{x}(t)} \frac{V[\mathbf{X}(t)]}{-\dot{V}[\mathbf{X}(t)]} \quad (28)$$

この動態安定度 T は、状態空間内の全ての点における $V[\mathbf{X}(t)]$ と $-\dot{V}[\mathbf{X}(t)]$ との比の最大値である。

$V[\mathbf{X}(t)]$ と $\dot{V}[\mathbf{X}(t)]$ が二次形式で与えられるものとするれば、

$$V[\mathbf{X}(t)] = \mathbf{X}^T(t) \mathbf{P} \mathbf{X}(t) \quad (29)$$

$$\dot{V}[\mathbf{X}(t)] = -\mathbf{X}^T(t) \mathbf{C} \mathbf{X}(t) \quad (30)$$

となる。ここで、 \mathbf{P} , \mathbf{C} は 8×8 の正定値行列である。

(26), (28), (29)式より次の関係式が成立つ。

$$\mathbf{A}^T \mathbf{P} + \mathbf{P} \mathbf{A} + \mathbf{C} = \mathbf{0} \quad (31)$$

さらに、(28), (29)式より動態安定度 T は次式で与えられる。

$$T = [\mathbf{C}^{-1} \mathbf{P}] \text{の最大固有値} \quad (32)$$

<3・2> 感度解析 パラメータ変動が動態安定度と与える影響を調べるため、パラメータに関する動態安定度 T の感度を次式で定義する。⁽⁷⁾

$$S_{\nu}^T = \frac{\nu}{T} T_{\nu} \quad (33)$$

$$\text{ただし, } T_{\nu} = Y_{\nu}^T P_{\nu} Y_{\nu} \quad (34)$$

Y_{ν} は P_{ν} 行列の最大固有値に相当する正規化した固有ベクトルである。また行列 P_{ν} は次の式を満足する。

$$A^T P_{\nu} + P_{\nu} A + D = 0 \quad (35)$$

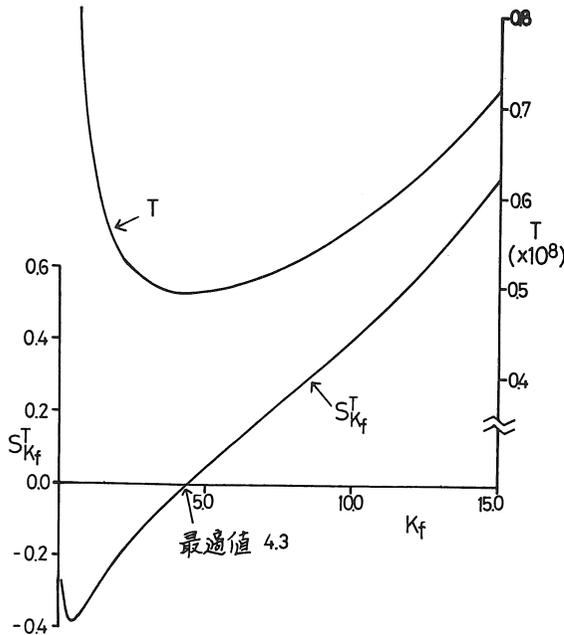
$$D = A_{\nu}^T P + P A_{\nu} \quad (36)$$

添字 ν は、パラメータ ν に関する偏微分を表わす。

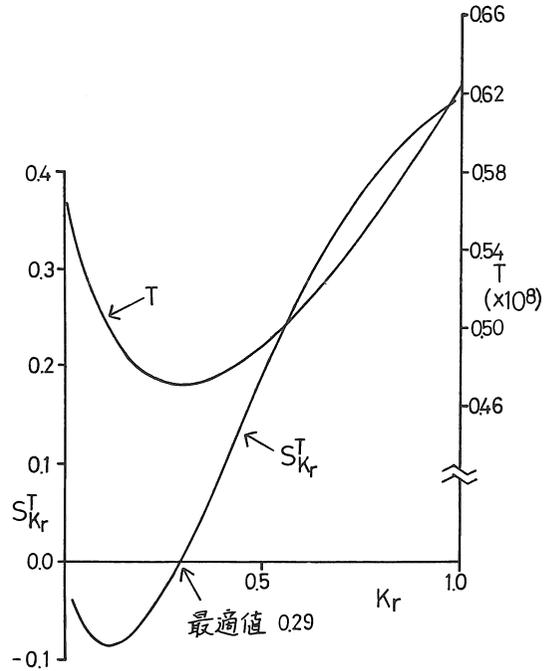
動態安定度 T の最小値を与える最適パラメータ値 ν^* は、 T のパラメータ感度 S_{ν}^T が零値となる ν の値より決定できる。

(3・3) 計算結果と考察 AVR ゲインに対し、動態安定度 T および K_f に関する T の感度 $S_{K_f}^T$ の関係を表わす曲線を第 2 図に示す。これによれば感度 $S_{K_f}^T$ が零値、すなわちグラフ上で横軸と交わるときの K_f の値を AVR ゲインの運転整定値に定めておけば小擾乱時における系統の動揺を最小限に抑えることができる。計算に用いた系統定数、潮流計算結果などを付録 1 に示す。第 3 図は順変換器の定電流制御装置のゲイン K_r の場合の図である。

系の最適化の効果をみるため、(27)式において、位相角に初期変位 $x(t_0) = [0.1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$ を与えたとき、第 4 図に最適ゲイン $K_f = 4.3$ 、第 5 図に最適ゲイン $K_r = 0.29$ を用いた場合の時間応答曲線を最適値を用い



第 2 図 動態安定度 T とそのパラメータ感度 $S_{K_f}^T$ 対 AVR ゲイン特性



第 3 図 動態安定度 T とそのパラメータ感度 $S_{K_r}^T$ 対順変換器定電流制御ゲイン K_r 特性

ない場合と比較して示す。これによると、 K_r 、 K_f について最適値を用いた場合、両者とも動揺も小さく、かつ時間応答のほど等しい結果がみられる。このことは第 2 図、第 3 図の T の最小値が略等しい結果によるものと考えられる。

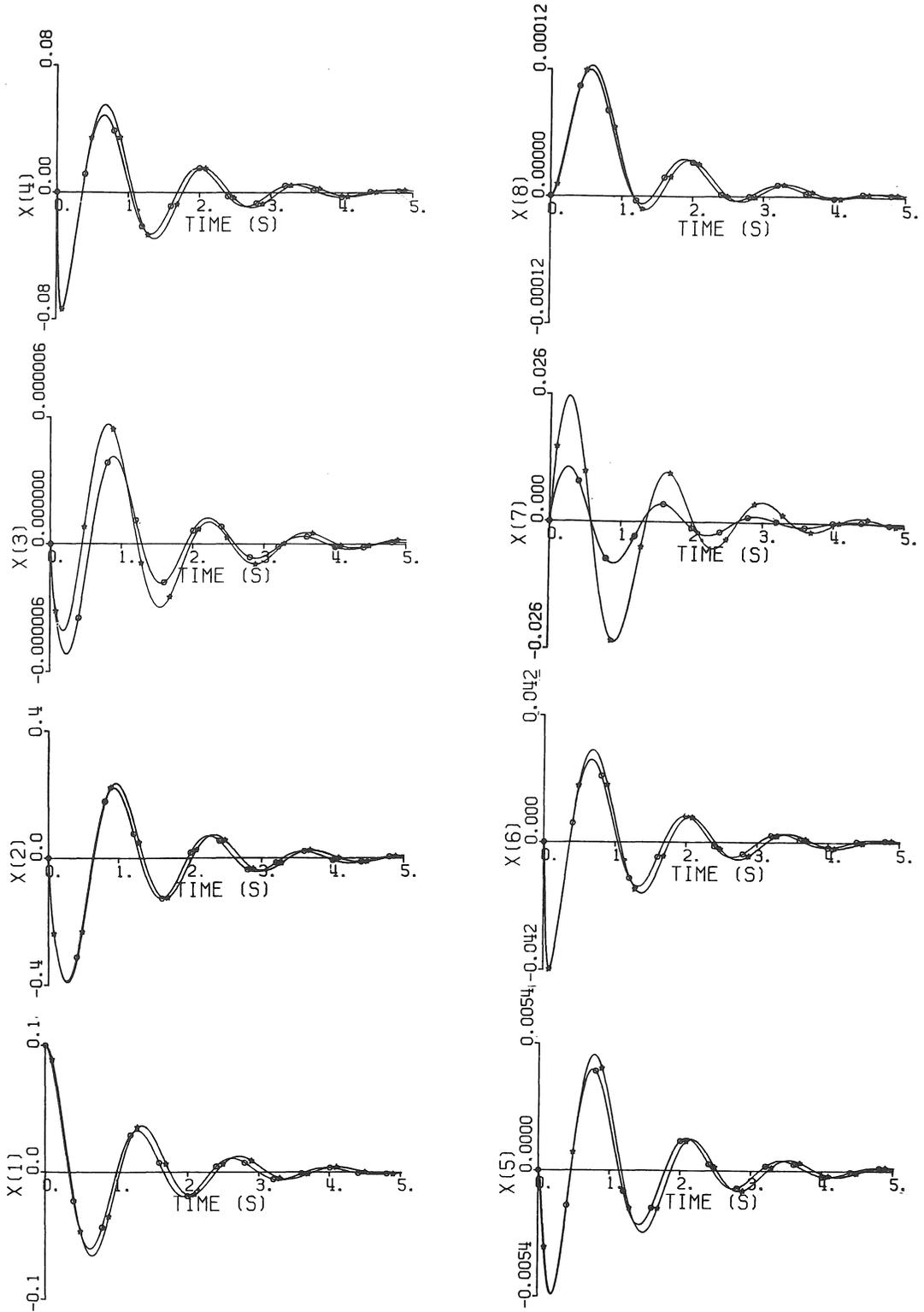
4. 集中制御パラメータの最適化

感度解析によって交直変換器の定電流制御や同期機の AVR などの、いわゆるマイナーループ制御のゲインパラメータの最適値について述べた。ここでは、さらにこの最適マイナーループ制御の設定値に系統の全状態変数をフィードバックし加え合わせるることによる、いわゆる集中制御の最適フィードバックゲインを決定し、動的応答のより一層の改善をはかる。

(4・1) 最適制御 系統が(24)式のような状態空間方程式で記述されるとき、(37)式に示す二次形式の時間積分の評価関数 J を最小とするような最適制御 $U(t)$ が、最適フィードバックゲインによって状態変数 $X(t)$ との一次結合で得られることに着目して、ポントリャーギンの最大原理を適用する。⁽⁶⁾

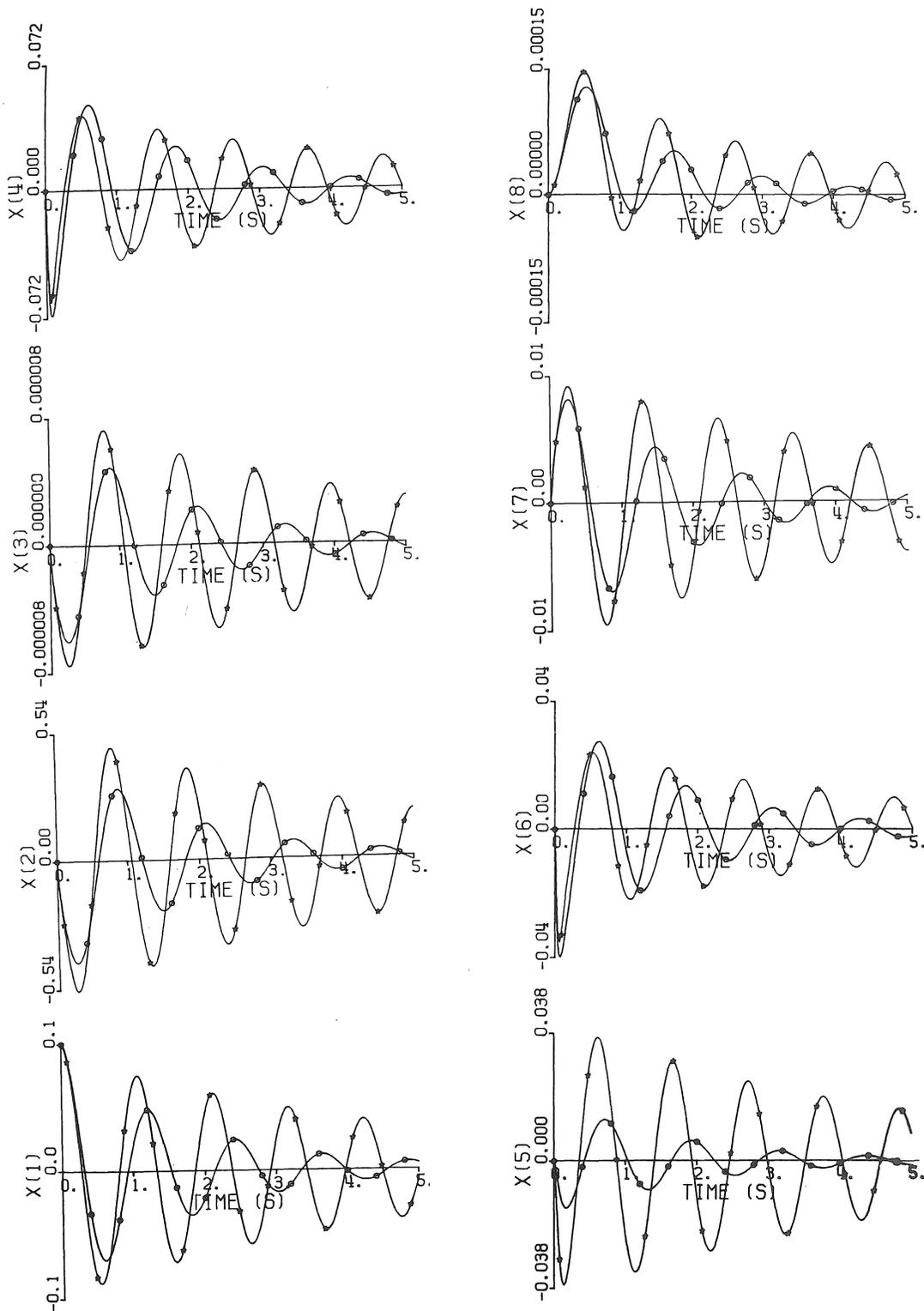
$$J = \frac{1}{2} \int_{t_0}^{\infty} [X^T(t) Q X(t) + U^T(t) R U(t)] dt \quad (37)$$

この評価関数 J を最小にする目的は動揺後の系統の状態偏差量と制御量を最小にすることである。



第4図 最適AVRゲインによる時間応答

[○… $K_f = 4.3$ (最適値) ☆… $K_f = 10.0$]



第5図 順変換器定電流制御の最適ゲインによる
時間応答
○… $K_p=0.29$ (最適値) ☆… $K_p=1.0$

ハミルトン関数 H は次式となる。

$$H = \frac{1}{2} [\mathbf{X}^T(t) \mathbf{Q} \mathbf{X}(t) + \mathbf{U}^T(t) \mathbf{R} \mathbf{U}(t)] + \mathbf{p}^T(t) [\mathbf{A} \mathbf{X}(t) + \mathbf{B} \mathbf{U}(t)] \quad (38)$$

ここで、 $\mathbf{p}(t)$ は補助変数であり、 $\mathbf{p}(t)$ と $\mathbf{X}(t)$ には次式の関係が成立つ。

$$\dot{\mathbf{X}}(t) = \frac{\partial H}{\partial \mathbf{p}(t)} = \mathbf{A} \mathbf{X}(t) + \mathbf{B} \mathbf{U}(t) \quad (39)$$

$$\dot{\mathbf{p}}(t) = -\frac{\partial H}{\partial \mathbf{X}(t)} = -\mathbf{Q} \mathbf{X}(t) - \mathbf{A}^T \mathbf{p}(t) \quad (40)$$

さらに、最適制御 $\mathbf{U}(t)$ において、次式の条件が必要である。

$$\frac{\partial H}{\partial \mathbf{U}(t)} = \mathbf{0} \quad (41)$$

ゆえに、次式が得られる。

$$\mathbf{U}(t) = -\mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{p}(t) \quad (42)$$

補助変数 $\mathbf{p}(t)$ を

$$\mathbf{p}(t) = \mathbf{K} \mathbf{X}(t) \quad (43)$$

と仮定することにより最適制御 $\mathbf{U}(t)$ は

$$\mathbf{U}(t) = -\mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{K} \mathbf{X}(t) \quad (44)$$

となる。(43)式の時間導関数に(39)、(40)式を代入すると次式のリッカチ方程式が得られる。

$$\mathbf{A}^T \mathbf{K} + \mathbf{K} \mathbf{A} - \mathbf{K} \mathbf{B} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{K} + \mathbf{Q} = \mathbf{0} \quad (45)$$

ここで、行列 \mathbf{K} は、 \mathbf{K}^T が上式を満足することにより対称行列である。(44)式において、状態フィードバック係数行列を

$$\mathbf{F} = \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{K} \quad (46)$$

とすると、最適制御ベクトル $\mathbf{U}^*(t)$ は

$$\mathbf{U}^*(t) = -\mathbf{F} \mathbf{X}(t) \quad (47)$$

で与えられる。最適制御 $\mathbf{U}^*(t)$ により、(24)式は、

$$\dot{\mathbf{X}}(t) = [\mathbf{A} - \mathbf{B} \mathbf{F}] \mathbf{X}(t) \quad (48)$$

となる。

〈4・2〉 計算結果と考察 計算に用いた系統定数および初期状態計算のための潮流計算結果などを付録1に示す。評価関数 J のなかの重み定数行列 \mathbf{Q} と \mathbf{R} の選定に関し、 \mathbf{Q} については系統の位相角動揺抑制に留意して、 $\text{diag} [10 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]$ \mathbf{R} については、 $\text{diag} [1 \ 1]$ とする。最適フィードバックゲイン \mathbf{F} は、(45)、(46)式より次式となる。

$$\mathbf{F} = \begin{pmatrix} 0.051912 & -0.06784 & 407.897 & 0.06398 & -0.14808 & 0.00312 & 0.00837 & -0.5729 \\ -0.93114 & -1.07339 & 2460.61 & 0.94311 & -1.24925 & 0.04501 & -0.02476 & -3.87174 \end{pmatrix}$$

位相角に初期変位 $\mathbf{X}(t_0) = [0.1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$ を与えたとき、(48)式から系の時間応答を求め、その結果を第6図に示す。ここでいう無制御とは、交直変換器の定電流制御や定余裕角制御などの設定値が定値に固定されている、いわゆるマイナーループによる制御のみの場合のことである。最適制御を行った場合、位相角 x_1 とその角速度 x_2 の応答改善が、無制御の場合に比較して著しいことがわかる。

5 む す び

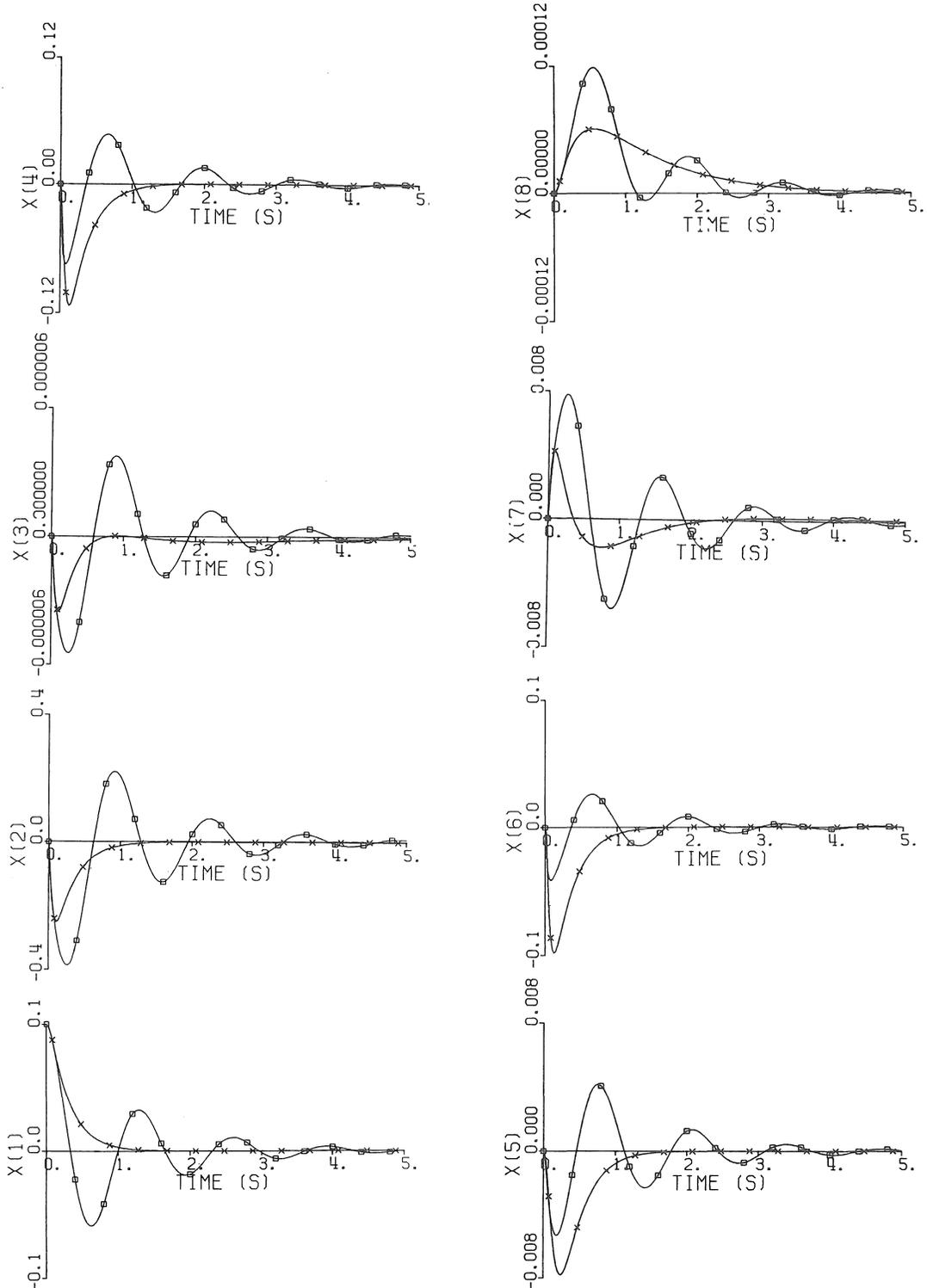
交直並列電力系統の線形化モデルを用いて系の動態安定度を向上させるために、発電機の自動電圧調整装置や直流系の順変換器定電流制御装置のマイナーループ制御のフィードバックゲインの最適値を選定することにより系の動的応答の改善がみられ、さらにこの最適マイナーループ制御に系の状態変数をすべてフィードバックするような集中制御の最適フィードバックゲインを用いることにより、一層系の動揺を抑えることができ、感度解析と最適制御の必要性を指摘し、確認することができた。

ここで述べたパラメータ最適化手法は、マイナーループ制御と集中制御について個々に最適化を行っているため、相互の協調が必要であると考えられるが、この点に関し、別の機会に報告する。⁽⁸⁾

おわりに、本学計算機FACOM230-25およびYHP-21MXを使用したことを附記する。

参考文献

- (1) 桑原進：北海道一本州間の直流連系計画，Vol. 92，No.8，1972，P22—25
- (2) T. Machida：Improving Transient Stability of AC System by Joint Usage of DC System，IEEE Trans. Power Apparatus Syst.，Vol. PAS—85，No.3，1966，P226—232
- (3) 小林・一柳：交直並列送電系統のBang-Bang型最適電流制御，電気学会論文誌 97—B，昭52—5
- (4) 吉田幸雄：交直連系系統における交流電圧安定度解析手法の開発，電気学会論文誌，94—B，昭49—4，P 25—32



第6図 集中制御の最適フィードバックゲインによる時間応答
 (×…最適制御 □…無制御)

- (5) D. B Goudie : Steady-state Stability of Parallel H. V. AC-DC Power-transmission Systems, Proc. IEE, Vol 119, No2, Feb. 1972
- (6) 久村富持訳 : 状態関数と線形制御系, 学献社, 1970
- (7) M. M. Elmetwally et al : Sensitivity Analysis in Power System Dynamic Stability Studies, IEEE Trans. Power Apparatus Syst. Vol. PAS-91, No4, 1972, P 1692-1699
- (8) 小林, 一柳, 藤田 : 交直並列電力系統動態安定度の準最適制御, 電気学会論文誌B 分冊, 投稿中

付 録

1. 主な記号と数値の表

付1表 交流系統の主な記号

記 号	説 明
M_d	界磁直軸巻線間の相互インダクタンス
r_a	電機子巻線抵抗
X_d, X_q	直軸および横軸同期リアクタンス (インダクタンス)
(L_d, L_q)	
$X'_d (L'_d)$	直軸過渡リアクタンス (インダクタンス)
T_{d0}'	界磁開回路時定数
L_f, r_f	界磁インダクタンスと抵抗
M, D	同期機の慣性定数および制動係数
r_e, X_e	交流線路抵抗と誘導リアクタンス
X_c	交流線路分布容量リアクタンス
T_f, K_f	A V R 系時定数とゲイン
T_G, K_G	ガバナー系時定数とゲイン
ψ_{fd}	界磁鎖交磁束 ($\psi_{fd}=M_d \psi_f/L_f$)
ψ_f	固定子基準の界磁鎖交磁束
ψ_{d0}, ψ_q	界磁鎖交磁束の直軸分と横軸分
i_d, i_q	同期機電流の直軸分と横軸分
i_f	界磁電流
V_{fd}, V_{fds}	界磁電圧の大きさと基準値
V_t, V_{ts}	同期機端子電圧の大きさと基準値
V_d, V_q	V_t の直軸分と横軸分
P_m, P_{ms}	同期機機械入力と基準値
ω, ω_0	同期機速度と基準値
$\delta, p\delta (= \dot{\delta})$	位相差角と変化速度
V	無限大母線電圧
I_d, I_q	直流側分岐電流の直軸分と横軸分

付2表 直流系統の主な記号

記 号	説 明
B_r, B_i	順逆各変換器直列ブリッジ数
N_r, N_i	順逆各変換器用変圧器巻線比
X_r, X_i	順逆各変換器転流リアクタンス
T_r, K_r	順変換器定電流制御系の時定数とゲイン
T_i, K_i	逆変換器定余裕角制御系の時定数とゲイン
R_{dc}, L_{dc}	直流線路の抵抗とインダクタンス
V_{dcr}, V_{dci}	順逆各変換器直流線路電圧
E_r, E_i	順逆各変換器に加えられる電圧
I_{dc}, I_{des}	直流線路電流と基準値
α, α_s	順変換器制御角と基準値
β, β_s	逆変換器制御角と基準値
γ, γ_s	逆変換器余裕角と基準値

付3表 同期機定数 (p. u.)

X_d	2.1	r_a	0.1	M	0.015
X_q	2.1	M_d	0.002	D	0.005
X'_d	0.48	T_{d0}'	4.7		

第4表 交流系線路定数 (p. u.)

r_e	0.047	X_e	0.64	X_c	5.8
-------	-------	-------	------	-------	-----

付5表 直流送電系統定数 (p. u.)

B_r	1.0	B_i	1.0
N_r	1.286	N_i	1.325
X_r	0.12	X_i	0.12
R_{dc}	0.1	$\frac{L_{dc}}{R_{dc}}$	0.05

付6表 系統初期値 (p. u.)

P	1.0	Q	0.1	P_{dc}	0.3
v_t	1.0	V_{dcr}	1.0	I_{dc}	0.3
α	0.17	β	0.4075	γ	0.17

付7表 潮流計算結果 (p. u.)

v_{fd}	2.466	v_d	0.8473	v_q	0.5311
i_t	1.005	i_d	0.9005	i_q	0.4464
Ψ_{fd}	0.0027	Ψ_d	0.0015	Ψ_q	-0.0025
δ	14.864	θ	1.0109	i_f	3.2715
V	0.9605	I_d	0.3049	I_q	0.0784

付8表 制御装置のゲインおよび時定数

K_r	0.1	T_r	0.1
K_i	400	T_i	0.1
K_f	3.0	T_f	0.5
K_G	0.001	T_G	1.0

2 状態方程式の導出

(1)~(2)式を定常運転状態の近傍で線形化して整理すれば、次の式を得る。
ここで、

$$K_1 = 2(R_{dc} + 3B_i X_i / \pi) I_{dc} + (3\sqrt{2}/\pi) (B_i / N_i) E_i \cos \beta$$

$$K_2 = (3\sqrt{2}/\pi) (B_i / N_i) E_i I_{dc} \sin \beta$$

である。

上式を次のような小行列に分割し、 $[\Delta V_d \dots \Delta I_q]^T$ を消去する。

$$\begin{bmatrix} M_1 & \dots & M_2 \\ M_3 & \dots & M_4 \end{bmatrix} [\Delta \delta \dots \Delta \beta ; \Delta V_d \dots \Delta I_q]^T$$

ここに、 $M_1 : 4 \times 8, M_2 : 4 \times 9, M_3 : 9 \times 8,$

$M_4 : 9 \times 9$ の行列である。

すなわち、

$$[M_1 - M_2 M_4^{-1} M_3][\Delta \delta \dots \Delta \beta]^T = [0000]^T$$

これを整理すると、

$$\begin{cases} Mp^2 + Dp + F_{11} & F_{12} & 0 & 0 & -1 & 0 \\ F_{21} & F_{22} + \omega_0 Td\phi_p & 0 & 0 & 0 & -1 \\ F_{31} & F_{32} & 0 & 1 & 0 & 0 \\ F_{41} & F_{42} & 1 & 0 & 0 & 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} F_{17} & F_{18} \\ F_{27} & F_{28} \\ F_{37} & F_{38} \\ F_{47} & F_{48} \end{cases}$$

$$\times [\Delta \delta \ \Delta \psi_{td} \ \Delta V_t \ \Delta i_t \ \Delta P_m \ \Delta V_{fd} \ \Delta I_{dc} \ \Delta \beta]^T = [0000]^T$$

を得る。これから $\Delta V_t, \Delta i_t$ を消去すれば、

$$\begin{cases} Mp^2 + Dp + F_{11} & F_{12} & -1 & 0 & F_{17} & F_{18} \\ F_{21} & F_{22} + \omega_0 Td\phi_p & 0 & -1 & F_{27} & F_{28} \end{cases} \times [\Delta \delta \ \Delta \psi_{fd} \ \Delta P_m \ \Delta V_{fd} \ \Delta I_{dc} \ \Delta \beta]^T = [00]^T$$

を得る。

さらに直流線路関係式、順逆各変換器制御方程式およびAVR、ガバナー関係式から5個の一次微分方程式が得られる。

よって状態変数ベクトル X 、制御変数ベクトル U をそれぞれ次のようにおくと、状態方程式が導かれる。

$$x_1 = \Delta \delta, x_2 = \Delta \dot{\delta}, x_3 = \Delta \psi_{fd}, x_4 = \Delta I_{dc}, x_5 = \Delta \alpha,$$

$$x_6 = \Delta \beta, x_7 = \Delta V_{fd}, x_8 = \Delta P_m \text{ かつ } U_1 = \Delta I_{dc},$$

$$X = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4 \ x_5 \ x_6 \ x_7 \ x_8]^T$$

$$U = [u_1]$$

$$\dot{X} = AX + BU$$

ここに $A =$

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -F_{11}/M & -D/M & -F_{12}/M & -F_{17}/M & 0 & -F_{18}/M & 0 & 1/M \\ -F_{21}/(\omega_0 Td\phi) & 0 & -F_{22}/(\omega_0 Td\phi) & -F_{27}/(\omega_0 Td\phi) & 0 & -F_{28}/(\omega_0 Td\phi) & 1/(\omega_0 Td\phi) & 0 \\ -G_{41}/L_{dc} & 0 & -G_{43}/L_{dc} & -G_{44}/L_{dc} & -G_{45}/L_{dc} & G_{46}/L_{dc} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & K_r/T_r & -1/T_r & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & K_i G_{64}/T_i & 0 & -(1+K_i G_{66})/T_i & 0 & 0 \\ -K_f G_{71}/T_f & 0 & -K_f G_{73}/T_f & -K_f G_{74}/T_f & 0 & -K_f G_{76}/T_f & -1/T_f & 0 \\ 0 & -K_G/T_G & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1/T_G \end{bmatrix}$$

$\mathbf{B} =$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -K_r/T_r & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & K_i/T_i & 0 & 0 \end{pmatrix}^T$$

ここで, $G_{41} = E_1 F_{41}$, $G_{43} = E_1 F_{42}$, $G_{44} = R_e + E_1 F_{47}$,

$$G_{45} = E_2, \quad G_{46} = E_3 - E_1 F_{48}, \quad E_1 = (3\sqrt{2}/\pi) (B_r/N_r) \cos \alpha$$

$$E_2 = (3\sqrt{2}/\pi) (B_r/N_r) E_r \sin \alpha, \quad E_3 = (3\sqrt{2}/\pi) (B_i/N_i) E_i \sin \beta$$

$$R_e = R_{dc} + (3/\pi) (B_r X_r + B_i X_i) \text{ かつ}$$

$$G_{64} = (\sqrt{2} X_i N_i) / (E_i \sin \gamma), \quad G_{66} = \sin \beta / \sin \gamma$$

$$G_{71} = -F_{41}, \quad G_{73} = -F_{42}, \quad G_{74} = -F_{47}, \quad G_{76} = -F_{48},$$

とおいている。