愛知工業大学研究報告
第 41 号 B　平成 18 年

トリムド平均を用いた帯域フィルタの非 Gauss 雑音特性

Behavior of Trimmed Mean BPF against Non-Gaussian Random Noise

橋之口幸一郎[1]、菱田隆彰[2]、井　研治[2]

Kouichirou HASHINOKUCHI[1], Takaaki HISHIDA[2], Kenji INOMOTO[2]

Abstract　A band-pass-filters using linear convolution and trimmed-mean were considered. After the input samples were sorted by their values, the central part of sorted data was used for calculation of the output signal. The three types of band-pass-filters of FIR filter, trimmed-mean, and median-filter were realized, and a sweeped sinusoidal signal with stochastic random noise was added to these filters. Comparing between Gaussian noise and a stable-distribution noise, the large amplitude noise was suppressed by trimming property, and shows as an amplitude filter.

1．まえがき

一般的なディジタルフィルタの一種であるFIRフィルタはその出力がフィルタのインパルスレスポンスと入力サンプル値とのたたみ込みで表現されることは周知の通りである。線形演算に基づくフィルタは、回路が飽和しない限りあらゆる振幅に対して公平な出力が約束されている。この性質は、信号に比べて雑音が大振幅の場合、雑音を重点的に減衰させることを困難にしている。

一方、振幅分布が Gauss 分布に従わないいわゆる非 Gauss 性雑音、例えばインパルス性雑音は、自動車のイグニッションなど放電現象に伴って放射される大振幅の雑音の一つであり、われわれの身近にあることから通信路に及ぼす影響も少なくない。

本研究はこのような非 Gauss 性雑音の一種であるインパルス性雑音など大振幅雑音の抑圧性能を有するフィルタを、トリムド平均を用いて考察する。フィルタの特性は帯域フィルタを例に取り上げ、周波数特性と振幅特性の両面から議論と考察を行う。

2．トリムド平均

トリムド平均[1]は統計処理のひとつで、サンプル値を大きさの順にソート後、絶対値が大きいサンプル値をいくつか除去し、残されたデータの平均値を用いる方法である。

今、簡単のため対象とするデータ個数を奇数としよう。中央のデータのみを残せば、これはメジアン（中央値とも呼ばれる）に相当する。このメジアンは測定値群を代表する一つの値として、平均値などの代わりに用いられることがある。

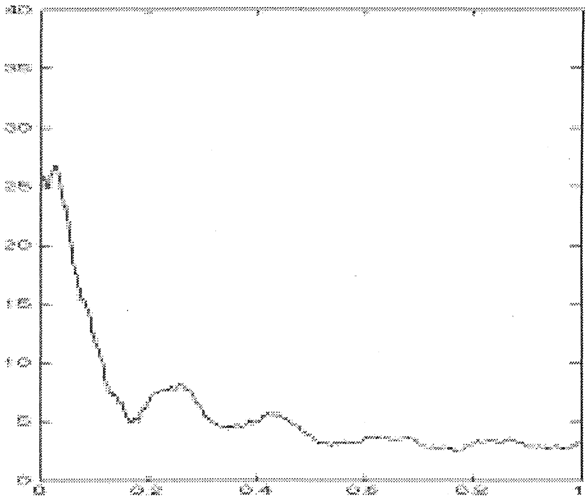

図 1　メジアンによる平滑作用

一例として、Gauss 乱数から順次メジアンを求めた系列のパワスペクトルを求めてみる。Gauss 乱数から順次 11 個のサンプルを切り出し、そのメジアンが示す系列の周波数特性（512 点 FFT、周波数軸で 50 回平均）を表示すると図 1 のようになって、メジアンは低域通過型のフィルタとなっていることがわかる。

一方、FIR フィルタ係数を重みとするメジアン位置から求めたメジアンの値を出力信号とすれば、FIR フィルタと同様の周波数特性が実現できることが報告されている[2]。

ここでは、この FIR 係数を重みに用い、メジアンの代わりにトリムド平均によって出力を計算するフィルタ（これをトリムド平均フィルタと呼ぶことにする）について考察する。

通常のトリムド平均は、まずデータのメジアン位置を求め、これから最も離れたサンプル（これは上下に等距離で 1 個ず

---

1)　愛知工業大学大学院工学研究科電気電子工学専攻（豊田市）
2)　愛知工業大学工学部電気学科情報通信工学専攻（豊田市）

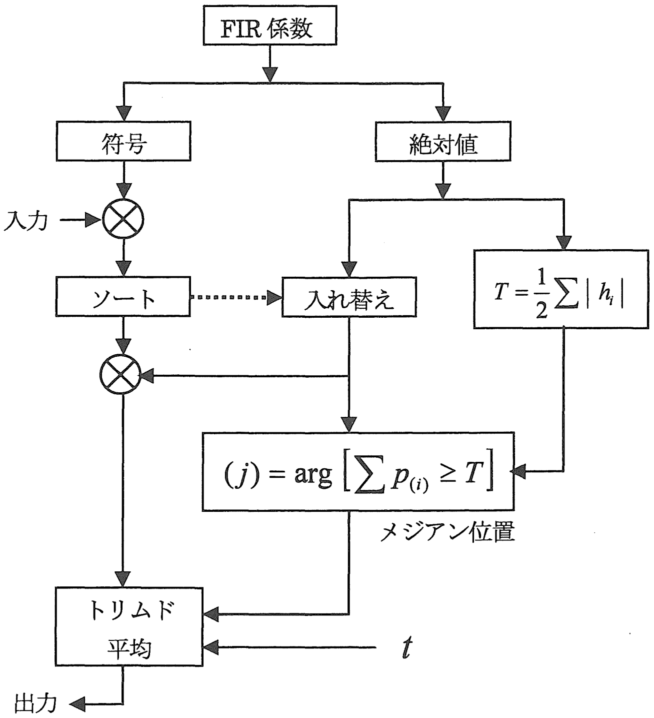

図 2　トリムド平均フィルタのフロー図

つ合計 2 個存在する）から順に 2 個ずつ除去する。ここでメジアンの値は中央値とも呼ばれることからわかるように、常にデータの中央に位置する（簡単のため、データ個数は奇数としている)。

ところがデータに重みを対応させて得られる重みつきメジアン位置は、ソートしたデータの中央位置にくる保証がない。しかし、しかしこのような場合でも、まず重みつきメジアン位置から遠くにあるデータ（中央位置にこなければ上側または下側のどちらか片方である）から隣接している 2 個ずつ順次除去することは可能である。非対称部分のデータ除去が終わり、重みつきメジアン位置からみて残されたデータが対称になれば、以後は上下からそれぞれ 1 個ずつ合計 2 個除去する。これを定められた個数 t まで続けてゆけば、残されたものからトリムド平均が計算できることになる[3]。

この考えによって重みを考慮したトリムド平均フィルタのフロー図を図 2 に示す。特に $t=0$ のトリムド平均（まったく除去しない場合）は、重み（=FIR 係数）との積和（の平均）になり、これは FIR フィルタのたたみこみを計算していることに相当する。

3．実験方法と結果

重みつきメジアンにトリムド平均を応用するフィルタ、すなわち非対称な場合のトリムド平均を用いたディジタルフィルタを構成した場合、その特性を計算機実験によって調査する。

実験の条件は表 1 にまとめて記す。

ところでフィルタ全体のゲインは、用いる重み、つまり用いる FIR 係数によって変動する。フィルタ出力が相互に比較しやすいためには、あらかじめフィルタのゲインがそろっていることが望まれる。この目的のため、表 2 のように FIR 係

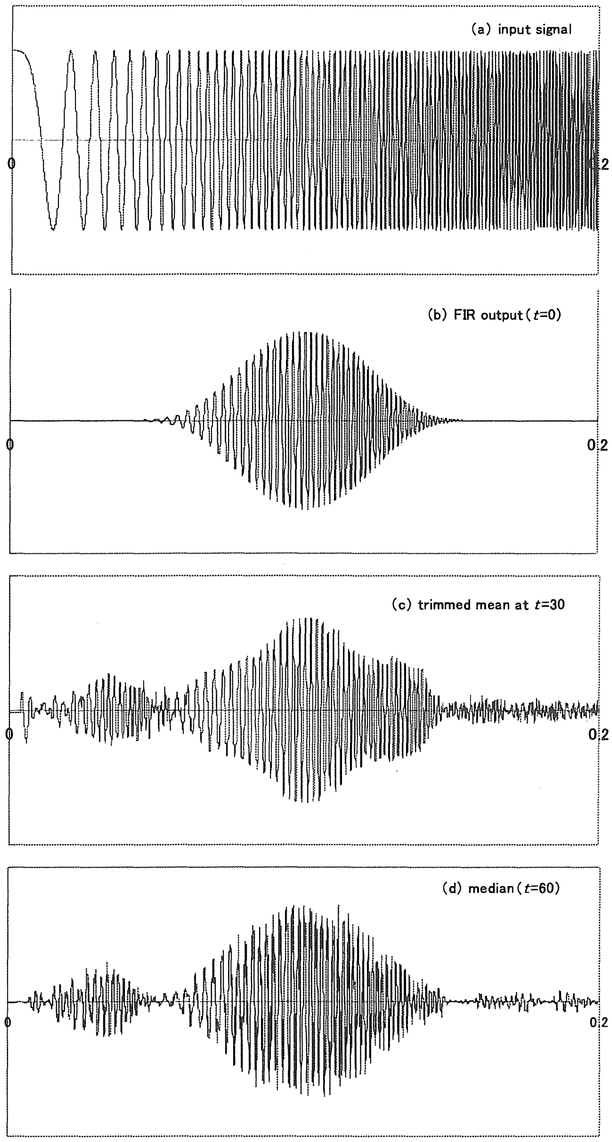

図 3　雑音のない Sweep 信号と出力信号

表 1　実験の条件

入力信号：	正弦波の Sweep 信号
データ数(FIR フィルタのタップ数)：	$k=2m+1=121$
フィルタ係数：	FIR 係数は信号処理ソフトウェア Matlab の fir1 関数を用い、規格化された周波数が 0.075～0.125 を通過帯域とする BPF の FIR 係数を使用
トリムド平均のパラメータ t：	0, 30, 60 の 3 種類

表 2　t と用いる FIR 係数の平均、および規格化ゲイン

t	FIR 係数の絶対値の平均	規格化ゲイン
0	0.0109	1
30	0.0205	0.529
60	0.0510	0.213

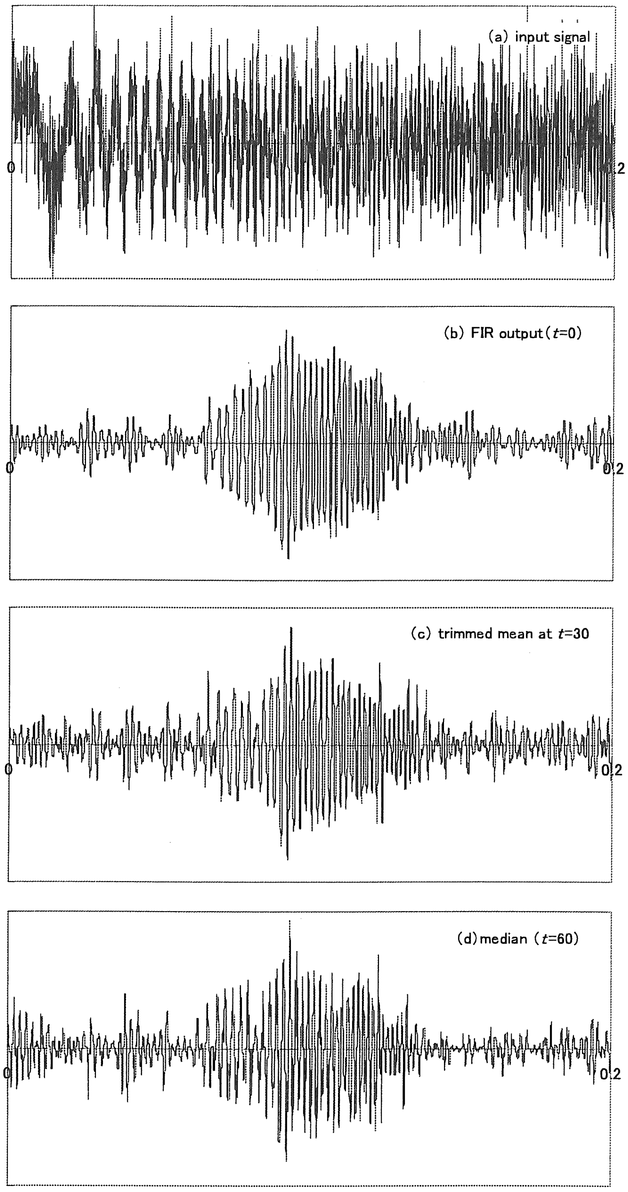

図４　ガウス雑音を加えた Sweep 信号と出力信号

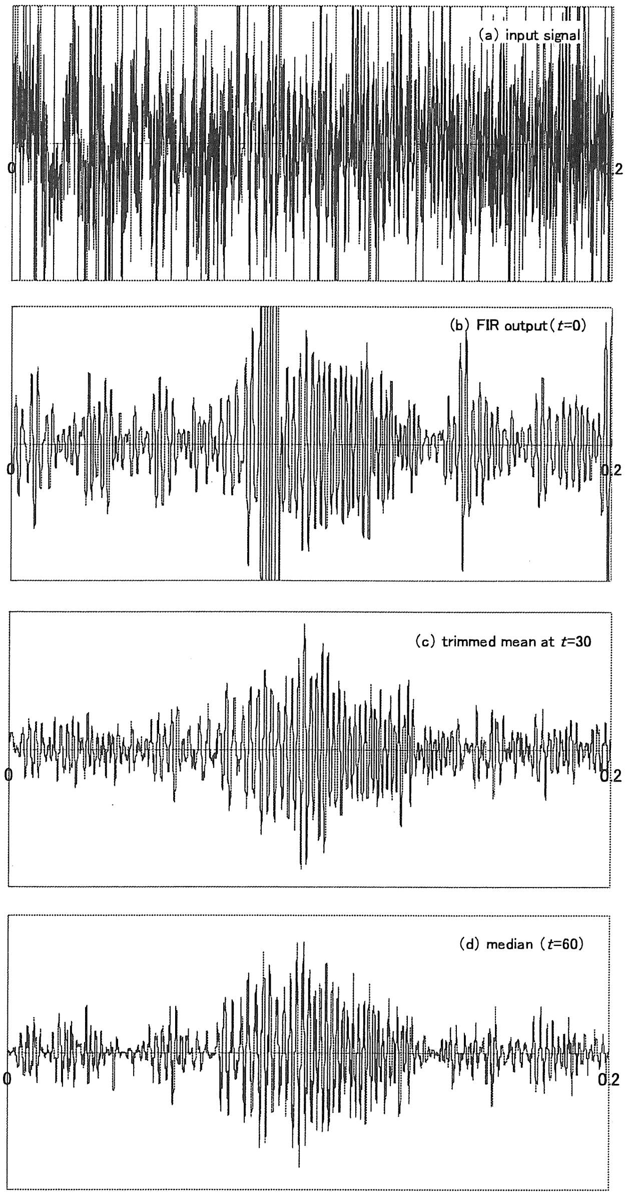

図５　α=1.4 の安定分布に従う雑音を加えた Sweep 信号と出力応答

数の絶対値を用いてフィルタゲインの規格化を行った。

以上に述べた方法で得られた実験結果を、図３に示す。図の最上段は参考までに発生させた Sweep 信号を示した。

その下には t=0, 30, 60 についての出力応答波形を描いてある。また横軸は時間を表しているが、その値は Sweep 信号の瞬時周波数に対応している。

t=0 は FIR フィルタ（線形たたみこみ）に相当する場合であり、設計した通過帯域に応じた出力波形が確認できる。

一方、t=30 はトリムド平均を用いた場合の一例である。この場合、約半数のデータを捨てたことになるが、やはり通過帯域に対応して出力振幅の増加が確認できる。しかし阻止帯域は完全にゼロにはならず、いくばくかの成分が漏れていることがわかる。

更に t=60 は重みつきメジアン位置の値から出力を求めた場合であるが、やはり阻止帯域には漏れている成分が認められる。

次に Sweep 信号に同等の Gauss 雑音を加えた場合、一連の結果を図４に示す。パラメータ t が異なっても３者ともほぼ同様の出力応答を示しており、FIR フィルタとトリムド平均フィルタ、重みつきメジアンフィルタの間に顕著な違いは見いだせない。

さて、本研究の目的である非 Gauss 雑音の応答について調べてみよう。非 Gauss 雑音の例として安定分布[4]に従う雑音を用いることにする。この雑音は大振幅をとる確率がガウス雑音より大きいことで知られており、Matlab を用いて次に示す方法[5]によって発生させた。

```
%MATLAB code for 0<α<2  and α≠1
alpha=1.4
beta=0; % beta is a symmetric parameter
N=5000;
phi=(rand(1,N)-0.5)*pi;
w=-log(rand(1,N));
```

```
k_alpha=1-abs(1-alpha);
beta_a=
2*atan(beta*tan(pi*alpha/2.0))/(pi*k_alp
ha);
phi_0=-0.5*pi*beta_a*k_alpha/alpha;
epsilon=1-alpha;
tau=-epsilon*tan(alpha*phi_0);
a=tan(0.5.*phi);
B=
tan(0.5.*epsilon.*phi)./(0.5.*epsilon.*p
hi);
b=tan(0.5.*epsilon.*phi);
z=
(cos(epsilon.*phi)-tan(alpha.*phi_0).*si
n(epsilon.*phi))./(w.*cos(phi));
d=(z.^(epsilon./alpha)-1)./epsilon;
i=(2.*(a-b).*(1+a.*b)-
phi.*tau.*B.*(b.*(1-a.^2)-2.*a)).*(1+eps
ilon.*d)./((1-a.^2).*(1+b.^2))+tau.*d;
save i.txt -ascii i
```

大振幅の傾向は安定指数α（上のプログラムリストでは変数 alpha）で選ぶことができ、$\alpha=2$ が Gauss 分布、$\alpha=1$ で Cauchy 分布に相当する。実験ではこの安定指数を$\alpha=1.4$に選んだ。

図 5 にその結果を示す。図の上段にはこの安定分布に従う雑音を正弦波の Sweep 信号に加えたものを示している。正弦波自身の振幅は図 3 および図 4 と同じであるが、雑音の振幅が大きいものは有限振幅に抑えて表示した。

図 5 のトリムド平均フィルタや重みつきメジアンフィルタの周波数特性には、FIR フィルタと同様の出力が現れており、周波数軸で通過帯域を眺める限り、大きな違いは見られない。

次に、大振幅の雑音に絞ってこれらの応答波形を観察してみよう。$t=0$ である FIR フィルタ（線形たたみこみ）では大振幅の雑音が出力に現れている。しかし、トリムド平均フィルタである$t=30$ や、重みつきメジアンフィルタ$t=60$ ではこのような大振幅が出力側には抑えられていることがわかり、これらのフィルタには振幅フィルタとしての性質を認めることができよう。

4. 結言

本研究は、全く性質の異なる線形たたみこみ演算と、非線形フィルタである重みつきメジアンフィルタの間を、直線位相FIR フィルタ係数を用いた順序統計量とトリムド平均によって表現できることを示した。重みつきメジアンフィルタと線形たたみこみ間を補間する方法は無数に存在するが、本法はその一つに数えることができよう。

なお、本法の応用の一つは、アナログのレコード音源に存在するスクラッチノイズ[6]などの除去を目的とした信号処理への応用が考えられる。

参考文献

1) 柴田義貞：正規分布　東京大学出版会、p131 (1981)
2) Ilya Shmulevich, Gonzalo R. Aree; Spectral Design of Weighted Median Filters Admitting Negative Weights. IEEE Signal Processing Letters, pp.313～316, Vol.8, No.12 (2001)
3) 橋之口幸一郎、菱田隆彰、井　研治;負の重みとトリムド平均を用いた線形/非線形フィルタ、愛知工業大学研究報告、No.40、pp.71～76、(2005)
4) J.E.Gentle;Randam Number Generation and Monte Carlo methods. Springer-Verlag. P196 (2003)
5) http://www.it.cityu.edu.hk/~hcso/it6303_2.pdf
6) Simon J. Godsill&Peter J.W.Rayner; Digital Audio Restoration. Springer-Verlag, p99, (1998)

（受理　平成 18 年 3 月 18 日）